一般社団法人
国際数理科学協会会報

No.78/ 2011.11　　編集委員：藤井淳一 (委員長)

目次

＊ 理事会 議事録
＊ 年会担当理事
＊ 2012 年度年会について
＊ 井関先生追悼号原稿募集
＊ 2011 年度年会講演題目
＊ ヤポニカ投稿時の注意
＊ 寄稿
＊ 正会員申込用紙
＊ 会員募集

＊ 理事会 議事録

開催日時：　平成２３年９月２４日　１３：００－１５：００

場所　　　：大阪大学中ノ島センター

出席者　：中西シヅ、長尾壽夫、寺岡義伸、藤井正俊、藤井淳一、熊谷悦生、植松康祐

議題及び経過：（１）ヤポニカについて

最近 Vol. 74 (1)が出版できる程度に原稿が集まってきたので出版の予定をしています。

ただ、Vol. 74(2),(3)を出版するほどの原稿を年内に集めるのは難しそうなので前回と同じように(2),(3)は合併号として出版を考えている。

（２）事務職員

雑誌担当事務と発送、受け入れ関係の事務の退職に伴い、新たに事務２名の方をきてもらうことになり、１名は雑誌出版及び会計、もう一名は雑誌の発送、受け入れ等をしてもらうことになった。なお従来の会計担当者は近くやめられると聞いている。

（３）来年度からの出版物の値段

ヤポニカの出版は来年度からは年３冊とする。それに伴い、販売などの価格を下のように定める。最近の円高を反映して、過去の外国での預金が目減りしているので今後の運営は大変になる部分があるように思われる。余り遠くない時点でここでの外国向けの数値は見直しをしたほうがいいときが訪れるかも知れない。

雑誌購読費

	正会員（１年）	正会員（３年）	機関会員	定価
Print	￥3,000 US$ 37, € 27	￥2,700* US$ 34, € 25	￥18,000 US$ 225, € 164	￥23,000 US$ 288, € 210
Online	Free	Free		
Online+print	￥3,000 US$ 37, € 27	￥2,700 US$ 34, € 25	￥18,000 US$ 225, € 164	￥23,000 US$ 288, € 210

*3 年会員のみ、雑誌購買費 3 年分前払いの場合は￥8,000 になります。

著者の方には、SCMJ を１冊送料込みで 1,000 円または US$ 12 で購入できます。

（４）年会費は上の印刷物の改定に従い年会費を次のように定める。

会費

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	￥6,000	US$ 75, € 55	US$45, € 33
３年 A 会員	￥16,000	US$ 200, ・ 147	US$ 120, ・ 88
単年度 S 会員	￥4,000	US$ 50, ・ 37	US$ 30, ・ 22
３年 S 会員	￥10,000	US$ 125, ・ 92	US$ 74, ・ 54
生涯会員**	￥60,000	US$ 750, ・ 550	US$ 440, ・ 323

**過去 10 年以上、正会員であった者に限る。

A 会員は正会員を指し、S 会員は学生会員と高齢会員（７０歳以上）を指します。

（５）名誉会員の制度については、国際数理科学協会旧会則で定めた細則の見直しを行ない、細則を定める。

＊　年会担当理事

空席でありました、上記理事は熊谷悦生理事（阪大基礎工）が就任いたしました。任期は平成 24 年 9 月末です。

＊　2012 年度年会について

下記のように来年度の日程が決まりました。年会開催を希望される方はご連絡下さい。

日程：平成２４年８月下旬

場所：大阪府立大学　中百舌鳥キャンパス

年会会場担当：北條仁志会員（大阪府立大学大学院理学系研究科）

E-mail: hojo@mi.s.osakafu-u.ac.jp

（担当　熊谷悦生理事）

＊　井関先生追悼号原稿募集

長年にわたり数学の発展や数理科学協会・国際数理科学協会の運営にご尽力頂きました
井関清志先生が３月１４日に腎不全のため亡くなられました。９１歳でした。つきましては、井関先生を偲びまして SCIENTIAE MATHEMATICAE JAPONICAE の特別号として井関先生の追悼号を発行したいと計画しております。

追悼号には井関先生を追悼する研究論文（井関先生のご研究分野に関連する論文)、及び、井関先生の数学に関する仕事の紹介・総合報告などを掲載する予定です。そこで、上記論文を皆様から寄せて頂きたく思います。形式、記事送付(メール添付か郵送)の締切、送り先は以下の通りです。

・形式：JAMS style file を使った LaTeX ファイルが望ましい。

・原稿は英語でお願いします。

・研究論文については通常の査読を行います。また、井関先生の数学に関する仕事の紹介

・総合報告については、タイプミスや内容に関する簡易的な査読を行います。

・締切日：２０１２年３月３０日（金）

・送先　：669-1337 三田市学園 2 丁目 1 番地　関西学院大学理工学部，数理科学科

北原　和明　　Email: kitahara@kwansei.ac.jp

ご不明な点等ございましたら上記までお問い合わせください。皆様方からの寄稿をお待ちしています。よろしくお願い申し上げます。

＊　2011 年度年会講演題目

国際数理科学協会 2011 年度年会

「統計的推測と統計ファイナンス」分科会研究集会

世話人: 地道正行(関西学院大学商学部)

連絡先: 熊谷悦生(大阪大学大学院基礎工学研究科)

==

日時：2011 年 8 月 27 日(土) 10:00～16:30

場所：大阪大学基礎工学部 B 棟 102 教室

==

プログラム

午前の部

10:00～10:30 渕上 貴允（大阪府立大学 大学院 理学系研究科）

『ベイズ法を用いた信頼性解析』

10:30〜11:00 古川 敦雄，笹倉 隆広 (大阪府立大学 大学院 理学系研究科)

『ブラック・ショールズモデルにおけるデリバティブ価格評価の研究』

11:00〜11:45 宮本 大輔 (東京大学情報基盤センター)

``A clustering approach to verify the availability of users' past trust decisions''

午後の部

13:00〜13:40 熊谷 悦生(大阪大学 基礎工学研究科)

『GARCH モデルの変遷』

13:40〜14:20 地道 正行(関西学院大学 商学部)

『統計的機械学習とその応用 -混合正規分布に関するパターン認識-』

14:20〜15:05 藤井 孝之(大阪大学 大阪大学 金融・保険教育研究センター)

『ストレス解放モデルにおけるノンパラメトリック推定 』

15:05〜15:15 休憩

特別講演

15:15〜16:15 林利治 (大阪府立大学 理学系研究科)

『 Hazard 関数の kernel 推定について 』

===

国際数理科学協会 2011 年度年会

「確率モデルと最適化」部会　　　研究集会

日時：２０１１年８月２７日（土）　１１：００〜１６：３０

場所：大阪大学豊中キャンパス　基礎工学部本館 B 棟１階　B105 教室

ﾌﾟﾛｸﾞﾗﾑと講演概要

（１）桝屋聡（大阪大学）　「大きな提携の提携値が不明な協力ゲームとその Shapley 値の考察」

概要: 古典的な協力ゲームの理論では，全ての提携値は既知と仮定しているが，現実の問題ではいくつかの提携値が既知ではないことが多い．そこで近年，桝屋らによって一部の提携値のみがわかっている不完備情報協力ゲームが検討され始めた．本発表では，上記の研究において残されていた未解決問題に対する検討を行う．

（２）加島智子（近畿大学）　「個人の到達度に応じた学習支援のための問題の分類と課題作成法の提案」

概要: 近年, e ラーニングシステムは教材の公開などを容易にできることから利用者は増加傾向にある．しかし学習者に対して共通の教材提供をおこなっており，個々に対応できていない．そこで本研

究では, e ラーニング利用者の各学習領域での理解度や得手不得手に対応した”個人対応”を考慮した e ラーニング開発を目指す.

（３）佐井りさ（大阪大学）　「A Dynamic Theory of Corporate Financing」

概要: An interplay of dynamic optimization and frictions in financial markets creates an interesting theory of corporate finance. We extend the dynamic theory of a firm's optimal investment policy, which was developed during the three decades starting in 1960s, to the issue of optimal dividend and financing policy. To our knowledge this is the first within such attempts to predict that the optimal financing policy comprises a regime-dependent "pecking-order." The different regimes depend on the sizes of various forms of financial frictions, such as the cost of issuing stocks, taxes on dividend payouts, and the relative magnitudes of borrowing rate, lending rate, and riskless discount rate. The Jorgenson-Modigliani-Miller theory corresponds to the case of no frictions. Our model also generates nonlinearities such as intermittentness, lumpiness, and hysteresis in firms' investment and financing behavior.

（４）松林伸生（慶応大学）　「ホテリングモデルを用いた競争的マーケティングに関する均衡分析」

概要: ホテリングの複占モデルを用いたマーケティング戦略の分析として，ブランド差別化された企業間の製品カスタマイズ競争についてとりあげる．ホテリングモデル上の製品ポジショニング競争に関しては経済学の分野で 既に多くの結果が知られているが，それらとの違いや経営科学／工学としての貢献について，注意深く議論したい.

国際数理科学協会「確率モデルと最適化」部会

世話人：菊田健作（兵庫県立大学）、　寺岡義伸（近畿大学）

（共催）日本オペレーションズ・リサーチ学会　「不確実性環境下での意思決定科学」研究部会

担当主査: 三道弘明（大阪大学）

幹事: 小出武（甲南大学）, 北條仁志（大阪府立大学）

＊　ヤポニカ投稿時の注意

Scientiae Mathematicae Japonicae の投稿に際しては、従来と少し異なり次の 3 点を協会宛メールでお送り下さい。

(1) 原稿の source file (tex file)
(2) 上記の pdf file
(3) Submission file の 3 点です。

これが揃わないために、無駄な時間があったりします。これにより、online 版の掲載が幾分でもはやくなるのではと思っています。ご協力をお願いいたします。なお、editor に送付は従来どうりです。

* 寄稿

Hazard 関数の kernel 推定について

大阪府立大学 学術研究院 第 2 学群 電気情報系
林　利治

1　序

ある分布の hazard 関数の kernel 推定について、2 節では、比較的弱い従属性のある観測に基づでいて、hazard 関数を kernel 推定する際の bandwidth の選択に関する Quintela-del-Río (2007) の研究を概説する。この研究では bandwidth の rate だけでなく、その係数の定め方についての提案もしている。しかし、彼の研究は、生存時間解析では必須というべき観測の打ち切りや共変量については扱っていない。

ある個体の生存時間 T の挙動が、個体に付随する時間と共に変動する共変量 $Z = (Z(t))$ に依存するとし、T の conditional hazard

$$\lambda(t|Z) = \lim_{\Delta\to 0+} \frac{1}{\Delta} P(T \le t + \Delta \,|\, T > t, (Z(s); s \le t))$$

が時刻 t と t 時点での共変量の値 $Z(t)$ のみに依存するとしよう。つまり、$\alpha(\cdot,\cdot)$ を未知関数とし、

$$\lambda(t|Z) = \alpha(t, Z(t)) \tag{1}$$

としよう。打ち切りを伴う観測に基づく未知関数 α の kernel 推定に関する近年の研究を紹介する。3 節でどのような量が観測されるかを説明し、それを点過程により定式化する。4 節では、McKeague and Utikal (1990) と Nielsen and Linton (1995) が提案した α の推定量の漸近性質を説明する。共変量の次元 d が増すとき、α の推定量 $\widehat{\alpha}$ の convergence rate は遅くなるので、d が大きいときは α の model 化が必要と思われる。5 節では、additive and multiplicative models において、Linton et al. (2003) が導入した推定量の漸近性質を述べる。最後に、proportional hazard model において Honda (2004) が与えた 2 つの推定量を 6 節で紹介する。

2　Hazrd 関数の kernel 推定における bandwidth の選択

この節では、打ち切りは伴わないが、比較的弱い従属性のあるデータに基づでいて、hazard 関数を kernel 推定する際の bandwidth の選択に関する Quintela-del-Río (2007) の研究を概説する。まず、参考として、確率密度関数 (と分布関数) の kernel 推定について概説する。

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ を独立に、それぞれ同一の分布に従う確率変数とし、その分布は確率密度関数 f をもつとする。さらに、K は k 次の kernel 関数とする。つまり、K は

$$\mu_0(K) = 1, \quad \mu_1(K) = \cdots = \mu_{k-1}(K) = 0, \quad 0 \ne \mu_k(K) \in \mathbb{R}$$

を満たすとする。ただし、$\mu_p(K) = \int x^p K(x) dx$ とする。この K を用いて、確率密度関数 f, 分布関数 F は

$$\widehat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{b} K\Big(\frac{x - X_i}{b}\Big), \qquad \widehat{F}(x) = \int_{-\infty}^{x} \widehat{f}(u) du \tag{2}$$

により推定できる。ここで、b はbandwidthである。推定誤差の評価にはmean integrated squared error (MISE) $E\left[\int\left(\widehat{f}(x)-f(x)\right)^2dx\right]$ を用いる。

f の滑らかさなどの仮定の下、MISE は次のように展開できる。

$$\mathrm{MISE}=R(K)\cdot(nb)^{-1}+\left(\frac{\mu_k(K)}{k!}\right)^2R(f^{(k)})\cdot b^{2k}+o\big((nb)^{-1}+b^{2k}\big)$$

ただし、$R(g)=\int g(x)^2dx$ とする。MISE の主要部分は Asymptotic MISE (AMISE) といわれる。AMISE を最小にする bandwidth は

$$b_{\mathrm{AMISE}}=\left(\frac{R(K)}{2k(\mu_k(K)/k!)^2R(f^{(k)})}\right)^{1/(2k+1)}\cdot n^{-1/(2k+1)}$$

である (hazard 関数に対して同様の結果 (6) が得られる)。なお、必要な仮定の記載を省略するなど最小限しか書いていないので、詳しくは、Silverman (1986) や Wand and Jones (1995) などを参照していただきたい。

Hazard 関数の推定に話を戻そう。f をある分布の確率密度関数とし、k 回連続微分可能とする。また、F をその分布関数とする。Hazard 関数 h は、$1-F(x)>0$ を満たす x に対し、$h(x)=\dfrac{f(x)}{1-F(x)}$ である。分布 F に従う確率変数 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ に基づく h の推定として、

$$\widehat{h}(x)=\frac{\widehat{f}(x)}{1-\widehat{F}(x)} \tag{3}$$

を用いる。ここで、$\widehat{f},\widehat{F}$ は (2) で定めた推定量とし、kernel 関数 K は k 次とする。

推定誤差を、w を適当な重み関数として、$\mathrm{MISE}=E\left[\int\left(\widehat{h}(x)-h(x)\right)^2w(x)f(x)\,dx\right]$ を利用して評価することが多いが、分母に確率変数があることによる困難を避けるため、

$$\mathrm{MISE}^*=E\left[\int\left\{\left(\widehat{h}(x)-h(x)\right)\frac{1-\widehat{F}(x)}{1-F(x)}\right\}^2w(x)f(x)\,dx\right] \tag{4}$$

を利用して評価する (Vieu (1991) 参照)。なお、(4) の右辺は

$$E\Big[\int\big\{\widehat{f}(x)-h(x)\big(1-\widehat{F}(x)\big)\big\}^2\frac{w(x)f(x)}{\big(1-F(x)\big)^2}\,dx\Big]$$

となる。重み関数 w の support 上で $1-F(x)>\gamma$ となる $\gamma>0$ の存在を仮定する。

$X_1,X_2,\cdots$ は定常とし、さらに、α-mixing (or strong mixing) とする。つまり、

$$\alpha(m)=\sup_j\sup_{A\in\mathcal{F}_1^j,B\in\mathcal{F}_{j+m}^\infty}\left|P(A\cap B)-P(A)P(B)\right|\to0\quad\text{as }m\to\infty \tag{5}$$

が成り立つとする。ただし、$\mathcal{F}_1^j=\sigma\{X_1,X_2,\cdots,X_j\}$, $\mathcal{F}_{j+m}^\infty=\sigma\{X_{j+m},X_{j+m+1},\cdots\}$ とする。Bandwidth b に関しては、$0<A_1<A_2$, $0<v\le\dfrac{1}{2k+1}\le u<\dfrac{2}{4k+1}$ とし、$b\in[A_1n^{-u},\,A_2n^{-v}]$ とする。さらに、いくらかの仮定をおく (Quintela-del-Río (2007) 参照)。

このとき、AMISE* (MISE* の主要部分) は、後述する c_1,c_2 を用いて $\mathrm{AMISE}^*=\dfrac{c_1}{nb}+c_2b^{2k}$ となる。従って、AMISE*を最小にする bandwidth は

$$b_{\mathrm{AMISE}^*}=\left(\frac{c_1}{2kc_2}\right)^{1/(2k+1)}\cdot n^{-1/(2k+1)}=c_*(h)\,n^{-1/(2k+1)} \tag{6}$$

である。ただし、c_1, c_2 は次で与えられるものとする。

$$c_1 = R(K)\int f(x)\frac{w(x)f(x)}{(1-F(x))^2}dx, \tag{7}$$

$$c_2 = \left(\frac{\mu_k(K)}{k!}\right)^2 \int \left(f^{(k)}(x) + F^{(k)}(x)h(x)\right)^2 \frac{w(x)f(x)}{(1-F(x))^2}dx \tag{8}$$

また、$b = c_*(h)\, n^{-1/(2k+1)} + o_P(n^{-1/(2k+1)})$ とするとき、

$$n^{k/(2k+1)}\big(\widehat{h}(x) - h(x)\big) \quad \overset{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N\left(0,\ \frac{h(x)R(K)}{1-F(x)}\right)$$

がも成り立つことも得られる。

さて、実践的には n が有限であるので、最適な bandwidth の選択には (6) の $c_*(h)$ の値を知ることが重要である。$c_*(h)$ は未知の h (とそれから定まる f や F) に依存しているので、それらを推定量でおきかえることにより $c_*(h)$ の値が推定できる (plug-in 法)。なお、$f^{(j)}$ の推定には、pilot bandwidth b_p を適当に定め、$\widehat{f^{(j)}}(x) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{b_p^{j+1}}K^{(j)}\Big(\dfrac{x-X_i}{b_p}\Big)$ を用いる。Plug-in 法では、pilot bandwidth b_p の定め方が問題となるが、Quintela-del-Río (2007) は cross validation 法により定めることを提案している。Cross validation 法は、下で与える $CV(b)$ が最小になるように b を定める方法である。

$$CV(b) = \int \widehat{h}(x)^2 w(x)dx - \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\widehat{f}_{-i}(X_i)}{(1-\widehat{F}_{-i}(X_i))(1-F_n(X_i))}w(X_i) \tag{9}$$

ここで、$\widehat{f}_{-i}(x) = \dfrac{1}{n_{l_n}}\sum_{|j-i|\geq l_n}\dfrac{1}{b}K\Big(\dfrac{x-X_j}{b}\Big)$, $\widehat{F}_{-i}(x) = \int_{-\infty}^{x}\widehat{f}_{-i}(u)du$ とし、$n_{l_n} = \#\{j\,;|i-j| > l_n\}$ とする。また、$F_n(x)$ は経験分布関数とする。$X_1, X_2, \cdots, X_n$ が独立ではないので、$\widehat{f}_{-i}(x)$ が、よくある leave-one-out ではなく、leave-$(2l_n+1)$-out とでもいうべき、i 番目を中心に $2l_n+1$ 個の X_j を取り去った $X_1, X_2, \cdots, X_n$ に基づく f の推定量であることに注意がいる。

Quintela-del-Río (2007) は、plug-in 法、cross validation 法により求めた bandwidth の特性を調べるため、simulation を行った。観測が α-mixing となるように、独立に、それぞれ標準正規分布に従う確率変数 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{n+m-1}$ を用いて

$$X_i = \frac{1}{2}\sum_{j=i}^{i+m-1}Y_j^2 \qquad i = 1, 2, \cdots, n$$

とした。ここで、n は標本の大きさであり、m (正の整数) は従属性の程度を表す。この場合 X_i は parameter $(m/2, 1)$ の Gamma 分布に従う。さらに、対数正規分布: $X_i = \exp\Big\{\dfrac{1}{\sqrt{m}}\sum_{j=i}^{i+m-1}Y_j\Big\}$ や AR(1): $X_i = \rho X_{i-1} + \sqrt{1-\rho^2}\,Y_i$ $(\rho = 0,\ 0.3,\ 0.8)$ についても扱っているが、ここでは省略する。Kernel 関数は biweight kernel, つまり、$K(x) = \dfrac{15}{16}(1-x^2)^2\,1(|x|<1)$ とし、重み関数は $w(x) = 1(q_F(0.15) < x < q_F(0.85))$ とした。ただし、$1(\cdot)$ は定義関数とし、$q_F(p)$ は分布 F の p 分位点とする。

推定誤差の評価には、average squared error (ASE)

$$\text{ASE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\big(\widehat{h}(X_i) - h(X_i)\big)^2\, w(X_i)$$

を用いている。これは MISE と漸近的に同等である (Vieu (1991), Marron and Härdle (1986) 参照)。ASE を最小にする bandwidth $\widehat{h}_{\mathrm{ASE}}$ を最適とみなして、それとの比較を行っている。

Plug-in 法では、pilot bandwidth b_p により得られる bandwidth $\widehat{b}_{\mathrm{PG}}$ に大きな違いがある (従って、上述の通り、b_p の定め方が問題となる)。b_p が比較的 $\widehat{h}_{\mathrm{ASE}}$ に近いときは、$\widehat{b}_{\mathrm{PG}}$ は $\widehat{h}_{\mathrm{ASE}}$ に近く、ASE も小さい。しかし、b_p が $\widehat{h}_{\mathrm{ASE}}$ と離れると ASE が大きくなる。一方、cross validation 法では、結果は、leave-out する個数に関係する l_n の値にはあまり影響されない。しかし、ASE は、b_p が比較的 $\widehat{h}_{\mathrm{ASE}}$ に近いときの plug-in 法のそれと比べやや大きい。これらのことから、Quintela-del-Río (2007) は、cross validation 法で求めた bandwidth を pilot bandwidth b_p として plug-in 法により bandwidth $\widehat{b}_{\mathrm{PG}}$ を求め、それを用いて hazard 関数 h を kernel 推定することを提案している。

3　観測と点過程による定式化

この節では、生存時間解析では必須というべき観測の打ち切りや共変量を扱えるように、何が観測されるかを示し、それを点過程により定式化する。また、表記を簡略にするため、時刻と (d 次元) 共変量をまとめた $(1+d)$ 次元ベクトルも導入する。

T を生存時間とし、C を打ち切り時間とする。左連続な d 次元共変量過程 Z を与えた下で、T と C は独立と仮定する。時刻 t での $\{Z(s); s \le t\}$ を与えた下での T の (conditional) hazard は $\lambda(t|Z) = \alpha(t, Z(t))$ とする。(T, C, Z) の n 個の independent copies (T_i, C_i, Z_i) に対し、

$$\widetilde{T}_i = \min\{T_i, C_i\}, \quad \delta_i = 1(T_i < C_i), \quad Z_i(t) \quad \text{for } t \le \widetilde{T}_i$$

を観測する。ここで、$1(\cdot)$ は indicator とする。$Y_i(t) = 1(\widetilde{T}_i \ge t)$ は時刻 t で個体 i が at risk であることを表わす indicator とし、$Y(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t)$ とおく。$N_i(t) = 1(\widetilde{T}_i \le t, \delta_i = 1)$ は時刻 t までに個体 i の死亡が観測されることを表わす indicator とする。このとき、点過程 N_i は (conditional) intensity

$$\lambda_i(t) = \alpha(t, Z_i(t)) Y_i(t) \tag{10}$$

をもつ。$\mathscr{F}_{t,i} = \sigma\{N_i(s), Z_i(s), Y_i(s);\ s \le t\}$ とおき、$\mathscr{F}_t = \bigvee_{i=1}^{n} \mathscr{F}_{t,i}$ とおく。点過程 N_i は $\mathscr{F}_{t,i}$ 適合 submartingales であり、その compensator は

$$\Lambda_i(t) = \int_0^t \lambda_i(s) ds$$

である。また、

$$M_i(t) = N_i(t) - \Lambda_i(t)$$

は $\mathscr{F}_{t,i}$ 適合 2 乗可積分 local martingales となる。H_i を適当な process とし、

$$U(t) = \sum_{i=1}^{n} \int_0^t H_i(s) dM_i(s)$$

とおくと、$U(t)$ は martingale となり、その quadratic variation process は

$$\langle U, U \rangle(t) = \sum_{i=1}^{n} \int_0^t H_i^2(s) \lambda_i(s) ds$$

である。さらに、$\langle U,U\rangle(t)\to\sigma^2(t)$ のとき (適当な条件の下で)

$$U(t) \quad \stackrel{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(0,\sigma^2(t))$$

が成り立つ。

以後、記号の簡略化のため、時刻 t と共変量 $Z_i(t)$ をまとめて $(1+d)$ 次元ベクトル $X_i(t)=(t,Z_i(t))$ と書き、同様に、$x=(t,z)$ と書く。ここで、x の 0 番目の要素は $x_0=t$ とし、1 〜 d 番目の要素のベクトルは $(x_1,\cdots,x_d)=z$ とする。さらに、x から j 番目の要素を除いた d 次元ベクトルを x_{-j} で表わす。つまり、$x_{-j}=(x_0,x_1,\cdots,x_{j-1},x_{j+1},\cdots,x_d)$ とする。

この節を終える前に、推定に用いる kernel function を導入しておく。$k(\cdot)$ を確率密度関数とする。もちろん、k は適当な条件 (support が $[-1,1]$ で、対称、滑らかなど) を満たす。Bandwidth を $b\ (>0)$ とし、

$$k_b(u)=\frac{1}{b}k\Big(\frac{u}{b}\Big)$$

とする。さらに、

$$K_b(u_0,u_1,\cdots,u_d)=\prod_{j=0}^{d}k_b(u_j)$$

とおく (bandwidth b は時刻、共変量の各成分で共通とする)。

4 共変量に依存する hazard 関数の kernel 推定

共変量を伴わないとき、(10) は

$$\lambda_i(t)=h(t)Y_i(t) \tag{11}$$

と書ける。ここで、h は生存時間 T_i の hazard である。Ramulau-Hansen (1983) は

$$\widetilde{h}(t)=\sum_{i=1}^{n}\int k_b(t-s)\frac{1}{Y(s)}dN_i(s)=\sum_{i=1}^{n}\int\frac{k_b(t-s)}{\sum_{i=1}^{n}Y_i(s)}dN_i(s) \tag{12}$$

により hazard h を推定した。これは cumulative hazard $H(t)=\int_0^t h(s)ds$ の Nelson estimator

$$\widetilde{H}(t)=\sum_{i=1}^{n}\int_0^t\frac{1}{Y(s)}dN_i(s)$$

(see e.g. Fleming and Harrington (1991)) から kernel smoothing することでも得られる。また、hazard h の推定量として

$$\widehat{h}(t)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\int k_b(t-s)dN_i(s)/n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\int k_b(t-s)Y_i(s)ds/n} \tag{13}$$

もある。これは、時刻 t 前後で観測され、kernel k_b により重み付けられた死亡数 (の標本平均) と at risk な時間 (重み付けられたものの標本平均) との比である。これら 2 つの推定量 $\widetilde{h},\widehat{h}$ の一般モデル (10) への拡張となる α の推定量として、McKeague and Utikal (1990) は、$d=1$ のときに

$$\widetilde{\alpha}(x)=\widetilde{\alpha}(t,z)=\sum_{i=1}^{n}\int\frac{k_b(t-s)1(z-Z_i(s)\in I_w)}{\sum_{i=1}^{n}1(z-Z_i(s)\in I_w)Y_i(s)}dN_i(s) \tag{14}$$

を、Nielsen and Linton (1995) は ($d \geq 1$ に対し)

$$\widehat{\alpha}(x) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \int K_b(x - X_i(s))dN_i(s)/n}{\sum\limits_{i=1}^{n} \int K_b(x - X_i(s))Y_i(s)ds/n} \; \left(= \frac{\widehat{o}(x)}{\widehat{e}(x)}\,,\ \text{say}\right) \tag{15}$$

を提案した。ここで、(14) 内の I_w ($\subset \mathbb{R}$) は原点を含む長さ w の区間である。McKeague and Utikal (1990) は適当な条件の下、$\widetilde{\alpha}(x)$ の漸近正規性を示した。

Theorem 1 $b \sim w$, $nw^2 \to \infty$, $nw^4 \to 0$ のとき

$$\sqrt{nw^2}(\widetilde{\alpha}(x) - \alpha(x)) \quad \overset{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(0, \sigma_1^2(x))$$

である。ここで、

$$\sigma_1^2(x) = \frac{\alpha(x)}{\bar{\phi}(x)} \int_{-1}^{1} k^2(u)du$$

とし、$\bar{\phi}(x)$ は $\dfrac{1}{nw} \sum\limits_{i=1}^{n} 1(z - Z_i(t) \in I_w)Y_i(t)$ の (ある意味の) 極限とする。

Remark McKeague and Utikal (1990) は漸近バイアスが無視できるほど早く $w \to 0$ としている。

Proof. 概略のみ述べる。

$$\begin{aligned}
&\sqrt{nw^2}(\widetilde{\alpha}(x) - \alpha(x)) \\
&= \sqrt{nw^2} \sum_{i=1}^{n} \int \frac{k_b(t-s)1(z - Z_i(s) \in I_w)}{\sum_{i=1}^{n} 1(z - Z_i(s) \in I_w)Y_i(s)} dM_i(s) \\
&\quad + \sqrt{nw^2} \left(\sum_{i=1}^{n} \int \frac{k_b(t-s)1(z - Z_i(s) \in I_w)Y_i(s)\alpha(X_i(s))}{\sum_{i=1}^{n} 1(z - Z_i(s) \in I_w)Y_i(s)} ds - \alpha(x) \right)
\end{aligned}$$

であり、右辺第 2 項は 0 に確率収束することが分かる。第 1 項は martingale であり、これに中心極限定理を適用することで結果を得る。なお、第 1 項の quadratic variation について

$$nw^2 \sum_{i=1}^{n} \int \frac{k_b^2(t-s)1(z - Z_i(s) \in I_w)Y_i(s)\alpha(X_i(s))}{\left(\sum_{i=1}^{n} 1(z - Z_i(s) \in I_w)Y_i(s)\right)^2} ds \to \frac{\alpha(x)}{\bar{\phi}(x)} \int_{-1}^{1} k^2(u)du = \sigma_1^2(x)$$

が成り立つ。 □

Nielsen and Linton (1995) は、適当な条件の下、$\widehat{\alpha}$ に対し、同様の結果を得た。

Theorem 2 α は C^2-class とする。$nb^{1+d} \to \infty$, $b \to 0$ のとき

$$\sqrt{nb^{1+d}} \left(\widehat{\alpha}(x) - \alpha(x) - b^2 B \right) \quad \overset{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(0, \sigma_2^2(x))$$

である。ここで、

$$B = \int_{-1}^{1} u^2 k(u)du \sum_{j=0}^{d} \left(\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x_j} \frac{\partial \phi(x)}{\partial x_j} \Big/ \phi(x) + \frac{\partial^2 \alpha(x)}{\partial x_j^2} \Big/ 2 \right) + o_p(1)$$

$$\sigma_2^2(x) = \frac{\alpha(x)}{\phi(x)} \left(\int_{-1}^{1} k^2(u)du \right)^{1+d}$$

とし、$Y_i(t) = 1$ の下での $Z_i(t)$ の条件付確率密度関数を $f(t, z|Y_i(t) = 1)$ と書いて、$\phi(x) = \phi(t, z) = f(t, z|Y_i(t) = 1)E(Y_i(t))$ とする。

Remark $\mathrm{MSE}(n^{-1}b^{-1-d}\sigma_2^2(x) + b^4B^2)$ のオーダーを最小にするには $b \sim n^{-1/(d+5)}$ とすればよい。このときの convergence rate は $n^{2/(d+5)}$ であり、これは対応する nonparametric 回帰推定問題における optimal convergence rate[1] と同じである。

5 Additive and multiplicative models

この節では、Linton et al. (2003) の結果の kernel 推定に関する部分を概説する。

Nielsen and Linton (1995) の結果からも分かるように、共変量 Z の次元 d が増えると α の推定の convergence rate は急速に遅くなる。このことは、α に適当な model を設定する動機付けになる。定数 c_A と関数 g_j $(j = 0, 1, 2, \cdots, d)$ に対し、additive model は

$$\alpha(x) = c_A + \sum_{j=0}^{d} g_j(x_j) \tag{16}$$

とし、定数 c_M と関数 h_j $(j = 0, 1, 2, \cdots, d)$ に対し、multiplicative model は

$$\alpha(x) = c_M \prod_{j=0}^{d} h_j(x_j) \tag{17}$$

とする。どちらの models でも $\alpha(x)$ がどこでも非負になるように定数 c_A, c_M と関数 $g_0, \cdots, g_d$, $h_0, \cdots, h_d$ が制約される。また、定数 c_A, c_M と関数 $g_0, \cdots, g_d$, $h_0, \cdots, h_d$ の値の決め方には任意性があるので、確率密度関数 q_j を持つ適当な分布 Q_j $(j = 0, 1, 2, \cdots, d)$ に対し、additive model には

$$\int g_j(x_j)dQ_j(x_j) = 0, \qquad \text{for } j = 0, 1, 2, \cdots, d \tag{18}$$

を、multiplicative model には

$$\int h_j(x_j)dQ_j(x_j) = 1, \qquad \text{for } j = 0, 1, 2, \cdots, d \tag{19}$$

を課す。これらにより、model の identifiability が保証される。このことは以下のように分かる。$Q = Q_0 \otimes Q_1 \otimes \cdots \otimes Q_d$ とおいて、

$$c_A = \int \alpha(x)dQ(x)(= c, \text{ say}) = c_M \tag{20}$$

となり、c_A, c_M が定まる。さらに、

$$\alpha_{Q_{-j}}(x_j) = \int \alpha(x) \prod_{k \neq j} dQ_k(x_k), \quad j = 0, 1, 2, \cdots, d \tag{21}$$

[1] 大まかに言うと、C^p-class の関数 $f\colon \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ を推定するときの optimal convergence rate は $p/(2p+k)$ である (see Stone (1980))。上では、α は C^2-class で $(p = 2)$、k は t と z の次元の和、つまり、$k = 1+d$ なので、$p/(2p + k) = 2/(d + 5)$ となる。

とおくと、additive model では、$\alpha_{Q_{-j}}(x_j) = g_j(x_j) + c$ となり、

$$\alpha^A_{Q_{-j}}(x_j) = \alpha_{Q_{-j}}(x_j) - c \tag{22}$$

とおけば、これにより $g_j(x_j)$ が定まる。また、

$$\alpha_A(x) = c + \sum_{j=0}^{d} \alpha^A_{Q_{-j}}(x_j) \tag{23}$$

とおくと、$\alpha_A(x) = \alpha(x)$ となる。一方、multiplicative model では、$\alpha_{Q_{-j}}(x_j) = ch_j(x_j)$ となり、

$$\alpha^M_{Q_{-j}}(x_j) = \frac{\alpha_{Q_{-j}}(x_j)}{c} \tag{24}$$

とおけば、これにより $h_j(x_j)$ が定まる。また、

$$\alpha_M(x) = c \prod_{j=0}^{d} \alpha^M_{Q_{-j}}(x_j) \tag{25}$$

とおくと、$\alpha_M(x) = \alpha(x)$ となる。

さて、α の推定に戻ろう。各 model において、α_A または α_M を推定すればよいので、(20)〜(25) のそれぞれの推定量を順に定めることにする。まず、$\widehat{Q}$ を分布 Q に収束する任意の分布の列[2] とし、$\widehat{Q}_j$ を $\widehat{Q}$ の marginal とする。次に、α の pilot estimator として、Nielsen and Linton (1995) が提案した (15) の $\widehat{\alpha}$ を用い、順に

$$\widehat{c} = \int \widehat{\alpha}(x) d\widehat{Q}(x) \qquad \widehat{\alpha}_{Q_{-j}}(x_j) = \int \widehat{\alpha}(x) \prod_{k \neq j} d\widehat{Q}_k(x_k) \tag{26}$$

$$\widehat{\alpha}^A_{Q_{-j}}(x_j) = \widehat{\alpha}_{Q_{-j}}(x_j) - \widehat{c} \qquad \widehat{\alpha}^M_{Q_{-j}}(x_j) = \frac{\widehat{\alpha}_{Q_{-j}}(x_j)}{\widehat{c}} \tag{27}$$

$$\widehat{\alpha}_A(x) = \widehat{c} + \sum_{j=0}^{d} \widehat{\alpha}^A_{Q_{-j}}(x_j) \qquad \widehat{\alpha}_M(x) = \widehat{c} \prod_{j=0}^{d} \widehat{\alpha}^M_{Q_{-j}}(x_j) \tag{28}$$

とおく。適当な条件の下、これらの漸近性質は次で与えられる。

Theorem 3 (Linton et al. (2003)) α は C^r-class とする。$n^{1/(2r+1)} b \to \gamma$ が成り立ち、$0 < \gamma < \infty$ とする。このとき、

$$n^{r/(2r+1)} \Big(\widehat{\alpha}_{Q_{-j}}(x_j) - \alpha_{Q_{-j}}(x_j) \Big) \quad \overset{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(m_j(x_j), v_j(x_j))$$

となる。ここで、m_j は pilot estimator $\widehat{\alpha}$ の bias に関係する関数で、

$$v_j(x_j) = \frac{1}{\gamma} \int_{-1}^{1} k^2(u) du \int \frac{\alpha(x) \prod_{k \neq j} q_k^2(x_k)}{f(t, z | Y_i(t) = 1) E(Y_i(t))} dx_{-j}$$

である。

[2] $\widehat{Q}$ の導入は、構成する推定量の自由性を増すためである。

さらに、$\widehat{c} - c = O_p(1/\sqrt{n})$ とするとき、$\widehat{\alpha}^A_{Q_{-j}}(x_j)$, $\widehat{\alpha}^M_{Q_{-j}}(x_j)$ について、同様の結果を得る。ただし、後者のバイアス、分散は、それぞれ、$m_j(x_j)/c$, $v_j(x_j)/c^2$ に換わる。

また、α の推定量については、

$$
\begin{aligned}
n^{r/(2r+1)}\Big(\widehat{\alpha}_A(x) - \alpha(x)\Big) &\quad \stackrel{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(m_A(x), v_A(x)) \\
n^{r/(2r+1)}\Big(\widehat{\alpha}_M(x) - \alpha(x)\Big) &\quad \stackrel{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(m_M(x), v_M(x))
\end{aligned}
$$

である。ここで、

$$
\begin{aligned}
m_A(x) &= \sum_{j=0}^{d} m_j(x_j) & v_A(x) &= \sum_{j=0}^{d} v_j(x_j) \\
m_M(x) &= \sum_{j=0}^{d} m_j(x_j) \prod_{k\neq j} \alpha^M_{Q_{-j}}(x_j) & v_M(x) &= \sum_{j=0}^{d} v_j(x_j) \prod_{k\neq j} \big(\alpha^M_{Q_{-j}}(x_j)\big)^2
\end{aligned}
$$

である。

Remark Bandwidth $b \sim n^{-1/(2r+1)}$ は $\widehat{\alpha}_{Q_{-j}}(x_j)$, $\widehat{\alpha}_A(x)$, $\widehat{\alpha}_M(x)$ に対し、optimal convergence rate を与える。

6 Proportional hazard model における 2 つの推定量

この節では、proportional hazard model において Honda (2004) が与えた 2 つの推定量を紹介する。また、この節を通じて、共変量 Z の次元は $d = 1$ とする。

まず、model を説明する。時刻 t と共変量 z の hazard への影響を表す関数 $\alpha(t, z)$ が、t の関数と z の関数の積となるとする。つまり、(10) で与えられた (個体 i の) hazard が

$$
\lambda_i(t) = \lambda_0(t) \exp\{\psi(Z_i(t))\} Y_i(t) \tag{29}
$$

と書ける[3] とする。ここで、λ_0 は baseline hazard と呼ばれる関数で、ψ は、標準的な共変量の値 $z = 0$ のとき 0 となる関数 ($\psi(0) = 0$) である。どちらの関数も未知であるが、ψ を推定の対象とし、λ_0 は局外母数的に扱う。

Honda (2004) の推定法の 1 つ目は、大雑把に言って、z を固定し、$\beta_1 = \psi(z)$ を未知 parameter として partial likelihood を最大にするものとして推定する方法である。推定する際、z 付近の $Z_i(t)$ を利用するだけでなく、$\psi(0) = 0$ 付近の $Z_i(t)$ も利用することが特徴であり、そのため、彼は、この推定量を two-sample estimator と呼んでいる。partial likelihood を求めるため、z と 0 付近の $Z_i(t)$ に対し、$\psi(Z_i(t))$ を 1 次近似する必要があるので、この方法で推定される parameters は

$$
\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)', \qquad \beta_1 = \psi(z), \quad \beta_2 = b\psi'(0), \quad \beta_3 = b\psi'(z) \tag{30}
$$

である。ここで、$b > 0$ は band width である。

$$
\widetilde{Z}(t) = \begin{cases} (0, Z(t)/b, 0)', & k_b(Z(t)) > 0, \\ (1, 0, (Z(t) - z)/b)', & k_b(Z(t) - z) > 0, \\ (0, 0, 0)', & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{31}
$$

[3] 各個体の共変量 Z_i が時刻 t に依存せず、$\psi(z) = \beta z$ のときは、いわゆる Cox regression model である。

とおくと、z と 0 付近の $\psi(Z(t))$ の 1 次近似は $\beta'\psi(Z(t))$ となる。

$$S^{(0)}(t,\beta) = \sum_{i=1}^{n} \exp\{\beta'\widetilde{Z}_i(t)\}Y_i(t)\widetilde{k}_b(Z_i(t)), \tag{32}$$

$$S^{(1)}(t,\beta) = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{Z}_i(t)\exp\{\beta'\widetilde{Z}_i(t)\}Y_i(t)\widetilde{k}_b(Z_i(t)), \tag{33}$$

$$S^{(2)}(t,\beta) = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{Z}_i(t)^{\otimes 2}\exp\{\beta'\widetilde{Z}_i(t)\}Y_i(t)\widetilde{k}_b(Z_i(t)) \ ^{4)} \tag{34}$$

とおくと、partial likelihood は

$$L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \int \beta'\widetilde{Z}_i(t) - \log S\ (0)(t,\beta)\, d\widetilde{N}_i(t) \tag{35}$$

と書ける。ここで、

$$\widetilde{k}_b(u) = k_b(u) + k_b(u-z)\,, \qquad \widetilde{N}_i(t) = N_i(t)\widetilde{k}_b(Z_i(t)) \tag{36}$$

とする。β の (maximum) partial likelihood estimator は

$$\widehat{\beta} = (\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2, \widehat{\beta}_3)' = \operatorname{argmax} L(\beta) \tag{37}$$

である。

$$\ddot{L}(\beta) = -\sum_{i=1}^{n} \int \frac{S^{(2)}(t,\beta)}{S\ (0)(t,\beta)} - \frac{\{S^{(1)}(t,\beta)\}^{\otimes 2}}{S^{(0)}(t,\beta)^2}\, d\widetilde{N}_i(t) \tag{38}$$

より、n が大きいとき、L は concave となるので、$\widehat{\beta}$ は

$$\dot{L}(\beta) = 0 \tag{39}$$

の (唯一の) 解である。このことと $\widetilde{N}_i$ の martingale 部分に対する中心極限定理から、$\widehat{\psi(z)} = \widehat{\beta}_1$ について次を得る。

Theorem 4 ψ は C^2-class とする。$b \to 0$, $nb \to \infty$ のとき、

$$\sqrt{nb}(\widehat{\psi(z)} - \psi(z) - b^2 B) \quad \Longrightarrow \quad N(0, \sigma^2(z))$$

である。ここで、B と $\sigma^2(z)$ は、$C_2 = \int u^2 k_1(u)du$, $D = \int k_1^2(u)du$ として、次で与えられる。

$$B = \frac{C_2}{2}(\psi''(z) - \psi''(0)) + o_p(1)\,, \qquad \sigma^2(z) = \frac{D}{V}$$

ただし、V は、共変量 Z の分布と Z が与えられたときの Y の条件付分布から明示的に与えられる[5]。

[4] ベクトル v に対し、$v^{\otimes 2} = vv'$ とする。

[5] V は z, $\beta_1 = \psi(z)$, baseline hazard λ_0 にも依存する。

Remark 漸近 MSE を最小にする band width は

$$b = n^{-1/5}\left(\frac{D}{VC_2^2(\psi''(z)-\psi''(0))^2}\right)^{1/5} \tag{40}$$

である。このときの convergence rate $n^{2/5}$ は optimal[6)]である。

最後に、Honda (2004) が与えたもう 1 つの推定法を述べる。ζ を任意に固定し、共変量が ζ 付近のデータから $\psi'(\zeta)$ の partial likelihood estimator $\widehat{\psi'(\zeta)}$ を得、$\psi(z)=\psi(z)-\psi(0)=\int_0^z \psi'(\zeta)d\zeta$ を

$$\widehat{\psi(z)} = \int_0^z \widehat{\psi'(\zeta)}d\zeta \tag{41}$$

で推定する。彼はこれを integration estimator と呼んでいる。これの漸近性質は次で与えられる。

Theorem 5 ψ は C^3-class とする。$b\to 0,\ nb\to\infty,\ (\log n)/(nb^3)\to 0$ のとき、

$$\sqrt{nb}(\widehat{\psi(z)}-\psi(z)-b^2B) \quad \overset{\mathcal{D}}{\Longrightarrow} \quad N(0,\sigma^2(z))$$

である。ここで、B と $\sigma^2(z)$ は、$C_2=\int u^2k_1(u)du,\ C_4=\int u^4k_1(u)du$ として、次で与えられる。

$$B=\frac{C_4}{6C_2}(\psi''(z)-\psi''(0))+o_p(1)\,, \qquad \sigma^2(z)=\frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{V(0)}+\frac{1}{V(z)}\right)\int_{-1}^1\left(\int_x^1 uk_1(u)du\right)^2dx$$

ただし、$V(0), V(z)$ は、前定理の V と同様の量である[7)]。

Remark 漸近 MSE を最小にする band width は

$$b = n^{-1/5}\left(\frac{9\sigma^2(z)C_2^2}{C_4^2(\psi''(z)-\psi''(0))^2}\right)^{1/5} \tag{42}$$

である。なお、このときの convergence rate $n^{2/5}$ は optimal[8)] ではない。

参考文献

[1] Dabrowska, D.M. (1997). Smoothed Cox regression, *Ann. Statist.* **25**, 1510–1540.

[2] Estévez-Pérez, G. (2002). On convergence rates for quadratic errors in kernel hazard estimation, *Statist. Prob. Letters* **57**, 231–241.

[3] Estévez-Pérez, G., Quintela-del-Río, A. and Vieu, P. (2002). Convergence rate for cross-validation bandwidth in kernel hazard estimation from dependent samples, *J. Statist. Plan. Inference* **104**, 1–30.

[4] Fleming, T.R. and Harrington, D.P. (1991). *Counting Processes and Survival Analysis*, Wiley, New York.

[5] Fan, J., Gijbels, I. and King, M. (1997). Local likelihood and local partial likelihood in hazard regression, *Ann. Statist.* **25**, 1661–1690.

6) 対応する nonparametric 回帰推定問題での optimal convergence rate と同じになるということを意味する。

7) z (または 0)、$\psi(z)$ (または $\psi(0)=0$)、共変量 Z の分布、Z が与えられたときの Y の条件付分布、および、baseline hazard λ_0 にも依存する。

8) ψ が C^3-class なので、対応する nonparametric 回帰推定問題での optimal convergence rate は $3/(2\cdot 3+1)=3/7$ である。

[6] Gonzákez-Nabteugam, W., Cao, R. and Marron, J.S, (1996). Bootstrap selection of the smoothing parameter in nonparametric hazard bate estimation, *J. Ammer. Statist. Assoc.* **91**, 1130–1140.

[7] Györfi, L., Härdle, W., Sarde, P. and Vieu, P. (1989). *Nonparametric Curve Estimation from Time Series*, in Lecture Notes in Statistics **60**, Springer.

[8] Hart, J.D. and Vieu, P. (1990). Data-driven bandwidth choice for density-estimation based on dependent data, *Ann. Statist.* **18**, 873–890.

[9] Honda, T. (2004). Nonparametric regression in proportional hazard models, *J. Japan Statist. Soc.* **34**, 1–17.

[10] Lee, E.T. (1992). *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, Wiley, New York.

[11] Linton, O.B., Nielsen, J.P. and VAN DE Geer, S. (2003). Estimating multiplicative and additive hazard functions by kernel methods, *Annal. Statist.* **31**, 464–492.

[12] Marron, J.S. and Härdle, W. (1986). Random approximations of some measures of accuracy in nonparametric curve estimation, *J. Multivariate Anal.* **20**, 91–113.

[13] McKeague, I.W. and Utikal, K.J. (1990). Inference for a nonlinear counting process regression model, *Annal. Statist.* **18**, 1172–1187.

[14] Nielsen, J.P. and Linton, O.B. (1995). Kernel estimation in a nonparametric marker dependent hazard model, *Annal. Statist.* **23** 1735–1748.

[15] Quintela-del-Río, A. (2007). Plug-in bandwidth selection in kernel hazard estimation from dependent data, *Comput. Statist. Data Analysis* **51**, 5800–5812.

[16] Ramulau-Hansen, H (1983). Smoothing counting process intensities by means of kernel functions, *Annal. Statist.* **11**, 453–466.

[17] Scott, D.W. (1992). *Multivariate Density Estimation*, Wiley.

[18] Sheather, S.J. and Jones, M.C. (1991). A reliable data-based bandwidth selection method for kernel density-estimation, *J. R. Statist. Soc.* B **53**, 683–690.

[19] Silverman, B.W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall.

[20] Simonoff, J.S. 著, 竹澤邦夫, 大森宏訳 (1999). 平滑化とノンパラメトリック回帰への招待, 農林統計協会.

[21] Stone, C.J. (1980). Optimal rates of convergence for nonparametric estimations, *Annal. Statist.* **8**, 1348–1360.

[22] Vieu, P. (1991). Quadratic Errors for Nonparametric Estimates under Dependence, *J. Multivariate Anal.* **39**, 3248–347.

[23] Wand, M.P. and Jones, M.C. (1995). *Kernel Smoothing*, Chapman and Hall.

＊　正会員申込用紙

正会員入会申込書

<table>
<tr><td>氏名</td><td></td><td>英語名</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">次の２つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。</td></tr>
<tr><td>所属先
住所</td><td colspan="3">〒</td></tr>
<tr><td>住所</td><td colspan="3">〒</td></tr>
<tr><td>専門分野</td><td colspan="3">表 f *より選んで○で囲って下さい
f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14</td></tr>
<tr><td>E-mail
address</td><td></td><td>電話番号
Fax 番号</td><td></td></tr>
<tr><td>会員区分
該当部分にチェック</td><td colspan="3">□A1 一般 1 年　□ A3 一般 3 年　□ S-A1 高齢者又は学生 1 年
□　S-A3 高齢者又は学生 3 年　□ 生涯会員</td></tr>
<tr><td>所属先の
施設</td><td colspan="3">□ ビデオ会議可能　□ 遠隔会議可能　□ コンピューターセンター</td></tr>
<tr><td>所属先の
通信システム</td><td colspan="3">□　ISDN　□ IP</td></tr>
<tr><td>所属大学等が
機関会員</td><td colspan="3">□　会員である　□　会員でない</td></tr>
<tr><td colspan="4">SCMJ のプリント版の購入</td></tr>
<tr><td colspan="2">□　希望　1 年に付き
１年会員 9,000 円、3 年会員 8,000 円**</td><td colspan="2">□ 希望しない</td></tr>
<tr><td>高齢会員を申し込む場合</td><td>生年月日</td><td colspan="2">学生会員の場合は在学証を添付</td></tr>
<tr><td>日付</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することともしません。</td><td>署名</td><td></td></tr>
</table>

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、３年間一括の場合は 24,000 円です。
この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

Application form for an individual member of ISMS

<table>
<tr><td>Family Name</td><td></td><td>First &Middle Name</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="6">Check one of the following addresses to which “Notices from the ISMS” should be sent.</td></tr>
<tr><td>Address of your institution (university)</td><td colspan="5">□</td></tr>
<tr><td>Home address</td><td colspan="5">□</td></tr>
<tr><td>Special fields*</td><td colspan="5">f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E-mail address</td><td rowspan="2" colspan="2"></td><td>Tel.</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Fax</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Membership category** (Circle one)</td><td colspan="5">A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL</td></tr>
<tr><td>Check the facilities your institution has.</td><td colspan="5">☐ Conference room(s) for video conference
☐ Computer center</td></tr>
<tr><td colspan="3">Communication system of your institution</td><td colspan="3">□ ISDN □ IP</td></tr>
<tr><td colspan="3">Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?</td><td colspan="3">□ Yes □ No</td></tr>
<tr><td>☐ I subscribe to the printed version of SCMJ.</td><td colspan="5">□¥6,000 (US$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1 , D1 and SD1.
□¥5,500 (US$55. €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL.
□In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US$150, €120).</td></tr>
<tr><td>For the aged member, write your birth year.</td><td colspan="2"></td><td colspan="3">For the student member, student registration certificate should be attached.</td></tr>
<tr><td>Date of Application</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td colspan="6">I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.</td></tr>
<tr><td>Signature</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

**Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

ISMS (JAMS の継続) 会員募集

ISMS の出版物：ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.) と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、"21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ) " として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700 ～1200 頁を出版しています。全体として 230 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)～７)です。

1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間０で発行されます。
7) Mathematical Reviews, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究集会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。（本誌 45 号 3p 及び Notices March 2006 9p を御参照下さい）

ISMS の学術賞：会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。（詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい）

＜ISMS の会員の特典＞１．SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。２．SCMJ print 版の少額での購読 (下表１)。＜機関購読会員の特典＞1. 機関内の 2 名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。

表１
【雑誌購読費】

	正会員(１年)	正会員（3	機関会員	定価
Print	￥6,000 US$ 60, €48	￥5,500* US$ 55,	￥33,000 US$ 300,	￥45,000 US$ 400,
Online	Free	Free		
Online+print	￥6,000 US$ 60, €48	￥5,500 US$ 55,	￥33,000 US$ 300,	￥45,000 US$ 400,

*３年会員のみ、雑誌購読費 3 年分前払いの場合は￥15,000 になります。
著者の方には、SCMJ を１冊送料込みで 1,200 円または US＄12 で購入できます。

別刷作成について、別途実費の分担をお願いします。ページ数に無関係に一編について¥100 をご負担して頂きます。
（2008 年 Vol.67 から実施）

表２
【2008 年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	¥9,000	US$ 75, €60	US$ 45 , €36
3 年 A 会員	¥24,000	US$ 200, €160	US$ 117, €93
単年度 S 会員	¥5,000	US$ 40, €32	US$ 27, €21
3 年 S 会員	¥12,000	US$ 100, €80	US$ 71, €57
生涯会員**	¥90,000	US$ 740, €592	US$ 616, €493

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。
A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員(70 歳以上)を指します。

国際数理科学協会
International Society for Mathematical Sciences
〒590-0075 堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内
Tel:(072)222-1850 / Fax:(072) 222-7987 URL:http://www.jams.or.jp