一般社団法人

国際数理科学協会会報

No.76/ 2011.7

編集委員： 藤井淳一 (委員長)

目次

＊ SCMJ の page charge の廃止

SCMJ は長い間論文が SCMJ に掲載されるとき、page charge を支払う必要がありましたが、この７月より、page charge システムはなくなりました。ただし、掲載時会員の方は無料ですが、会員でない方は、会員となっていただくか、または日本の方であれば一年分の会費に相当する額を納めて貰うことになりました。また、その代わり別刷 20 部は無料でしたが、今後一部頁数に無関係に 100 円でお分けすることになりました。投稿される方は負担も少なくなると思います。ぜひ、SCMJ に投稿をお願い致します。

＊ SCMJ の editorial board の変更のお知らせ

この 3 月に編集長でありました井関清志先生がお亡くなりになりました。その補充もかなえて下のように board of managing editors を決めました。お知らせいたします。

Board of Managing Editors

Hisao Nagao（P.E. Osaka Prefecture Univ.）Statistics、Chief
Masatoshi Fujii（Osaka Kyoiku Univ.）Mathematics
Yasunao Hattori（Shimane Univ.）Topology
Hiroaki Ishii (Kwansei Gakuin Univ.)　Operations research
Atsushi Yagi (Osaka　Univ.)　Differential equation

＊ SCMJ の editor

新しく editor の SCMJ の editor からの推薦がありました。ご存知のように SCMJ の投稿論文は減小してきております。新しい editor も少しずつ増加して投稿しやすい環境を整えたいと思います。今回新たな editor　は次の方です。せいぜい投稿の方よろしくお願い致します。

(a) Haruo Maki

(b) 2-10-13 Wakagi-dai, Fukutsu-shi, Fukuoka 811-3221, Japan

(b') makih@pop12.odn.ne.jp

(c) General Topology

(d) (Topological) ｄigital n-spaces (n>0), Generalized closed sets (after Levine), Operation theory in topology (in the sense of Kasahara and Ogata)

（a） Kensaku Kikuta

(b）School of Business Administration, University of Hyogo,

8-2-1 Gakuen-nishi-machi, Nishi-ku,

Kobe City 651-2197

JAPAN

(b'）kikuta@biz.u-hyogo.ac.jp

(c） Game Theory, Operations Research,

(d）Cooperative Games, Search Problem,

(e) PDF-file, Word file, LaTEX fileを現在使用しております。

Macですが、対応できる範囲で対応します。PDF file （メールに添付）

が一番有り難いです。

(a) Name: Ryusuke Hohzaki

(b) Postal address:

Department of Computer Science, National Defense Academy, 1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka, 239-8686, Japan

(b)' E-mail address: hozaki@cc.nda.ac.jp

(C) Reviewable area: Operations Research, Search theory, Game theory

(d) Field of interests:

90B(Operations Research), 90C(Mathematical programming), 91A(Game thoery)

(e) Electronic file only

(a) Antonio Di Crescenzo

(b) Università di Salerno, Dipartimento di Matematica, Via Ponte don Melillo, 84084 Fisciano (SA), Italy

(b') adicrescenzo@unisa.it

(c) Stochastic Processes and Applications, Reliability Theory, Queueing Systems, Stochastic Models in Biology

(d) 60Jxx Markov processes, 60Kxx Special processes

(a) Jarkko Kari

(b) Mathematics Department, FI-20014 University of Turku, Finland

(b') jkari@utu.fi

(c) automata theory, cellular automata, tilings, symbolic dynamics

(d) Cellular Automata (68Q80 and 37B15), symbolic dynamics (37B10), tilings (37B50), formal languages and automata theory (68Q45)

＊　年会日程および特別講演

日時：2011 年 8 月 27 日(土) 10:00～16:30

場所：大阪大学基礎工学部 B 棟 102 教室

==

プログラム

午前の部

10:00～10:30 渕上 貴允広（大阪府立大学 大学院 理学系研究科）

『TBA』

10:30～11:00 古川 敦雄，笹倉 隆広（大阪府立大学 大学院 理学系研究科）

『TBA』

11:00～11:45 宮本 大輔（東京大学情報基盤センター）

``A clustering approach to verify the availability of users' past trust decisions''

午後の部

13:00～13:40 熊谷 悦生(大阪大学 基礎工学研究科)

『GARCH モデルの変遷』

13:40～14:20 地道 正行(関西学院大学 商学部)

『統計的機械学習とその応用』

14:20～15:05 藤井 孝之(大阪大学 基礎工学研究科)

『ストレス解放モデルにおけるノンパラメトリック推定 』

15:05～15:15 休憩

特別講演

15:15～16:15 林利治（大阪府立大学 理学系研究科）

『 Hazard 関数の kernel 推定について 』

==

なお、講演はもう一グループ(OR 関係)があります。

* 寄稿

Bost-Connes 代数と KMS 状態

藤井 淳一　（大阪教育大学 教養学科 情報科学）

はじめに

最初にお断りさせていただきますが、私は整数論や代数幾何学は全くの素人で、作用素環ですら専門家とは言い難いです。それでも所属の関係で代数幾何符号なども扱うことがあり、いろいろ調べ物をしているうちにまとまった知識になってきましたので、ここに書き留めさせていただきたいと存じます。Connes が非可換幾何学を提唱して以来、「非可換」が一つのキーワードになってきたように思われます。例えば整数論の分野で、吉田氏 [16] は「整数論で非可換な対象を本格的に扱う時代に入った」として、「非可換・非線形な数学的対象を記述する上での線形代数の有用性が本当に明らかになったのは 1960 年代以降であった」と述べていますが、その言葉の裏には作用素環論の存在、特に Connes の影響が大きいでしょう。ここでは、知らない間に近づいてしまった要注意物として、BC と略される Bost-Connes[1] によってはじめられた整数論とのかかわりについて触れてみます。

それでも今の時代は便利になったものです（同じ理由で全く逆の意見もあり得ますが）。基礎的な文献はいまだに通常の書籍や既知の論文として読みますが、専門から少し離れている場合、それでは時代の速い流れにどうしてもついていけません。しかし現在では最新の情報や解説がネット上にふんだんにあり、プレプリントサーバーには正式な発表を待つ論文の卵があふれかえっています。今回、未知の分野で役立ったのは、セミナー用に準備された解説や, [7, 10] などのプレゼン用 PDF でした [1)]。本格的な書籍を公開している剛の者も少なからずいます。表題にあるフィールズ賞学者 Connes もその一人で、非可換幾何学の 6〜700 頁もの大著の原稿įteAc,A を公開しています。ここでは、指針となった Laca[10] や Jacob[7] のプレゼンを参考に話を進めていきたいと思います。

1. Bost-Connes の Hecke 環と C*-環

まず、一番単純なケースとして、次の群の包含関係を考えます：

$$P_{\mathbb{Z}}^{+} \equiv \mathbb{Z} \rtimes \{1\} \cong \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \subset \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Q} \\ 0 & \mathbb{Q}_{+}^{\times} \end{pmatrix} \cong \mathbb{Q} \rtimes \mathbb{Q}^{\times} \equiv P_{\mathbb{Q}}^{+}.$$

この 2 つの群は**アフィン群**と呼ばれる類のもので、それぞれ加法群と乗法群の（通常の積による作用での）半直積になっています（$P_{\mathbb{Q}}^{+}$ の方は非可換）。その名の由来は、

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \longleftrightarrow b + ax$$

1) 数学者で発表用にいわゆるパワーポイントを使う人は稀です。数学者の標準ツールは LaTeX なので、そこから作られる PDF ファイルが主体です。プレゼンテーション用には、Beamer, Prosper 等のツールが利用され、LaTeX からすぐに作成できるようになっています。外国の方はほとんど Bermer でプレゼン PDF を作成しているようです。かくいう私は、PPower4 というマイナーな JAVA ベースの LaTeX プレゼンツールを使っていますが。

というアフィン変換（1 次関数）との同型対応があるからでしょうし、実際 $ax+b$ 群と呼ぶ場合もあります（e.g.[4]）。半直積は環にした場合に接合積になりますから [5]、そのつながりが予感されます。この包含関係の組は、**Hecke pair** と呼ばれている基本的なものです。$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \in P_{\mathbb{Q}}^{+}$ の左右および両側の剰余類は

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b+\mathbb{Z} \\ 0 & a \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \gamma = \begin{pmatrix} 1 & b+a\mathbb{Z} \\ 0 & a \end{pmatrix}$$
$$[\gamma] = \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \gamma \begin{pmatrix} 1 & \mathbb{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b+a\mathbb{Z}+\mathbb{Z} \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

となって、両側剰余類は有限個の片側剰余類に分割可能で、この時に Hecke pair という用語がつかわれているようです: この中の左右の剰余類の個数を $R(\gamma) = \#(P_{\mathbb{Z}}^{+} \backslash P_{\mathbb{Z}}^{+} \gamma P_{\mathbb{Z}}^{+})$, $L(\gamma) = \#(P_{\mathbb{Z}}^{+} \gamma P_{\mathbb{Z}}^{+} / P_{\mathbb{Z}}^{+}) = R(\gamma^{-1})$ と置くと、 disjoint union として分割可能です:

$$[\gamma] = \bigcup_{j=1}^{L(\gamma)} \ell_j P_{\mathbb{Z}}^{+} = \bigcup_{k=1}^{R(\gamma)} P_{\mathbb{Z}}^{+} r_k.$$ [2)]

今回のように単純なケースでは簡単で、これらの個数は、正数 a を既約分数 m/n で表すとき、それぞれ商加群 $(a\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/\mathbb{Z}$, $(a\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/a\mathbb{Z}$ の位数なので、

$$(a\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/\mathbb{Z} = ((m/n)\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/\mathbb{Z} = (m\mathbb{Z}+n\mathbb{Z})/n\mathbb{Z} = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$$
$$(a\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/a\mathbb{Z} = ((m/n)\mathbb{Z}+\mathbb{Z})/(m/n)\mathbb{Z} = (m\mathbb{Z}+n\mathbb{Z})/m\mathbb{Z} = \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$$

と変形でき、$L(\gamma) = n$, $R(\gamma) = m$ となります。

　ここで、 両側剰余類で一定値を取る関数 $f : P_{\mathbb{Q}}^{+} \to \mathbb{C}$ を考え、対合 $f^*(\gamma) = \overline{f(\gamma^{-1})}$ と

たたみこみ:

$$(f * g)(\gamma) = \sum_{\gamma_1 \in P_{\mathbb{Z}}^{+} \backslash P_{\mathbb{Q}}^{+}} f(\gamma\gamma_1^{-1}) g(\gamma_1)$$

を定め、これらの関数が成す単位的な*-代数を、**Bost-Connes の Hecke 環** $\mathcal{H}_{\mathbb{Q}} = \mathcal{H}(P_{\mathbb{Q}}^{+}, P_{\mathbb{Z}}^{+})$ といいます。$\gamma \in P_{\mathbb{Q}}^{+}$ の両側剰余類で一定値を取る関数の代表例として、剰余類の**特性関数**（i.e., $\gamma' \in [\gamma]$ のとき $[\gamma](\gamma') = 1$, その他は 0）があることに注意してください。

　さらに、**左たたみこみ作用素** L_f; $f \in \mathcal{H}_{\mathbb{Q}}$、$\xi \in \ell^2(P_{\mathbb{Z}}^{+} \backslash P_{\mathbb{Q}}^{+})$ について

$$L_f(\xi)(\gamma) = (f * \xi)(\gamma) = \sum_{\gamma_1 \in P_{\mathbb{Z}}^{+} \backslash P_{\mathbb{Q}}^{+}} f(\gamma\gamma_1^{-1}) \xi(\gamma_1);$$

で生成される C*-環 $\mathcal{C}_{\mathbb{Q}}$ を、**Hecke C*-環** といいます。この環には強連続な 1 変数ユニタリ群 U_t が存在します：

$$U_t(\xi)(\gamma) = (R(\gamma)/L(\gamma))^{it} \xi(\gamma), \qquad \sigma_t([\gamma]) \equiv U_t[\gamma]U_t^* = (R(\gamma)/L(\gamma))^{it}[\gamma]$$

とすると、この σ_t（この単純なケースでは、$R(\gamma)/L(\gamma) = m/n = a$）によって、**Bost-Connes の C*-力学系** $(\mathcal{C}_{\mathbb{Q}}, \sigma_t)$ が得られています。

　実は、この環は次の性質を持つ μ_n $(n \in \mathbb{N})$ と、$e(r)$ $(r \in \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$ で生成される、Cuntz の意味での普遍 C*-環になっています [4]：

2) [12] などでは、左右が混乱しているようです。

- $\mu_1 = 1, \quad \mu_n^*\mu_n = 1, \quad \mu_m\mu_n = \mu_{mn}; \quad (m,n) = 1$ なら $\mu_m^*\mu_n = \mu_n\mu_m^*$
- $e(0) = 1, \quad e(r)^* = e(-r), \quad e(r)e(s) = e(r+s)$
- $\mu_n e(r)\mu_n^* = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^n e(r/n + j/n), \quad e(r)\mu_n = \mu_n e(nr)$

この時、$\{\mu_n e(r)\mu_m | n, m \in \mathbb{N},\ (m,n) = 1,\ r \in \mathbb{Q}/\mathbb{Z}\}$ は基底になっています。しかも実際には、具体的に $\mu_n = \frac{1}{\sqrt{n}}\left[\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & n\end{pmatrix}\right]$, $e(r) = \left[\begin{pmatrix}1 & r\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right]$ について、両側剰余類の特性関数の左たたみこみ作用素とみなすことによって得られます。

2. 半群との接合積

接合積との関連は予想された結末に至りますが、通常の群との接合積とは異なり、[11] など半群とのものはあまり一般的ではないと思われるのでその表現論的な定義を記しておきます。単位的な C*-環 $\mathcal{A}$, 半群 S について、その元 $x \in S$ についての作用 α を、$\alpha_x \in \mathrm{End}(\mathcal{A})$（対応 $x \mapsto \alpha_x$ は半群準同型）とするとき、その 3 つ組 $(\mathcal{A}, S, \alpha)$ を「半群力学系」ということにします。さらに、あるヒルベルト空間 H 上の有界線形作用素全体を $B(H)$ と書きますが、単位的表現 $\pi : \mathcal{A} \to B(H)$ と等長作用素表現 $V_x \in B(H)$ が、$\pi(\alpha_x(a)) = V_x\pi(a)V_x^*$ $(a \in \mathcal{A})$ を満たすとき、その組 (π, V) を **covariant pair** と呼びます。この pair を持つ半群力学系では、次の 3 つ組 $(\mathcal{B}, i_\mathcal{A}, i_S)$ が同型を除いて一意に存在することが示されました：$\mathcal{B}$ は C*-環、$i_\mathcal{A} : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ は準同型、i_S は S から $\mathcal{B}$ の等長作用素への半群準同型で、以下を満たすとします：

- $i_\mathcal{A}(\alpha_x(a)) = i_S(x)i_\mathcal{A} \quad (x \in S,\ a \in \mathcal{A})$
- 任意の covariant pair (π, V) について、$\mathcal{B}$ の単位的表現 π_V で、$\pi_V \circ i_\mathcal{A} = \pi$, $\pi_V \circ i_S = V$ となるものが存在する
- B は、すべての $i_\mathcal{A}(a)$, $i_S(x)$ で生成されている

この $\mathcal{B}$ を（full）**接合積** $\mathcal{A} \rtimes_\alpha S$ といいます。もちろん、通常の接合積を定める表現 π, ユニタリ表現 u は、covariant pair で、$i_\mathcal{A} = \pi$, $V = u$ で対応が付いています。さらに、[14] などでは、半群を亜群 (`groupoid`) にまで広げて接合積を定義していますが、今回の話にはとりあえず無関係なので、これ以上触れないでおきます。しかしついでながら、群 C*-環の拡張としての 亜群 C*-環は使うので、触れておきましょう。圏論において、対象の全体が集合で，すべての射が同型射である圏を**亜群**といいます [3] が、射の全体 M において $M_{ab} = \mathrm{Hom}(a,b)$ とすれば、M_{ab} と M_{bc} の中の射については、積が定義でき、逆元が自然に導入でき、結合法則を満たします。このように逆元写像と（部分的に）積が定義されていて、結合法則を満たすものを亜群としばしば呼びなおします。亜群 G の source, range 写像を s, r とし、単元全体を G_0 と表し, $G_x = \{\gamma | s(\gamma) = x\}$ としておきます（上記の記号では、$s(M_{ab}) = a$, $r(M_{ab}) = b$ です）。局所コンパクトハウスドルフ亜群 G において、コンパクトな台を持つ連続関数全体 $mathcal A$ を考えます。[8] に従って、ノルムを入れるために、次のような性質を持つ（Haar system と呼ばれる）G 上の正 Borel 測度の族 $\nu = \{\nu_x\}_{x \in G_0}$ を考えます：

$$\mathrm{supp}\nu_x \subset G_x, \quad \int f(\gamma\gamma_1)d_{s(\gamma_1)}(\gamma) = \int f(\gamma)d\nu_{r(\gamma_1)}(\gamma), \quad F(x) = \int_{G_x} f(\gamma)d\nu_x(\gamma) : \text{連続}.$$

[3] 対象がただ一つなら群とみなせます。

それで、対合, 積としてのたたみこみを

$$f^*(\gamma) = \overline{f(\gamma^{-1})}, \quad (f * g)(\gamma) = \int_{G_x} f(\gamma\gamma_1^{-1})g(\gamma_1)d_x(\gamma)$$

として、ノルムを

$$\|f\|_1 = \sup_{x \in G_0} \left\{ \max \left(\int_{G_x} |f(\gamma)| d\nu_x(\gamma), \int_{G_x} |f(\gamma^{-1})| d\nu_x(\gamma) \right) \right\}$$

で入れて、完備化された*環について、**universal なノルム**（すべての表現のノルムの最大値）を入れて完備化したものを $C^*(G)$ と書き、（full）**亜群 C*-環**といいます。G が群の場合、上記の接合積として、C*-環を $\mathbb{C}$ に取ったものが、$C^*(G)$ になります。離散群の場合には、左正則表現 $\{\lambda_g\}_{g \in G}$ について、$\ell^2(G)$ 上の関数 ξ で、$\lambda_g \xi(h) = \xi(g^{-1}h)$ と解釈して、universal なノルムで完備化したものです。ちなみに、通常の $\ell^2(G)$ のノルムで完備化したものは、**被約** (`reduced`) 群 C*-環と呼ばれますが、群が従順 (`amenable`) なら同じものになります。**従順**な局所コンパクトハウスドルフ群とは、左不変平均を持つことで、例としては、$C^*(\mathbb{Z}) \cong C(\mathbb{T})$ が挙げられます。

さて、前節の考察の最後の関係式から、$\mathbb{N}$ の作用 α; $\alpha_n(e(r)) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e(r/n + j/n)$ が得られ、この作用で、Bost-Connes C*-環 $\mathcal{C}_{\mathbb{Q}}$ は半群 $\mathbb{N}^\times$ との接合積とみなせます [12]：

$$\mathcal{C}_{\mathbb{Q}} \cong C^*(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \rtimes_\alpha \mathbb{N}^\times.$$

$\mathcal{C}_{\mathbb{Q}}$ において、上記の作用は、生成元の言葉に直すと、

$$\sigma_t(\mu_m e(r) \mu_n^*) = \left(\frac{m}{n}\right)^{it} \mu_m e(r) \mu_n^*$$

となります。

ちょっと脱線しますが、加群の商空間 $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ は 1 の任意のべき根全体のなす乗法群と $k/n \mapsto \exp\frac{2\pi k}{n}$ で同型になる事実に注目してください。この群は従順です。体 $\mathbb{Q}$ でそのような根を含む拡大体は、円分拡大体（`cyclotomic field`）と呼ばれ、すべての 1 のべき根を付加した体は、**最大円分拡大体** $\mathbb{Q}^{\mathrm{cyc}}$ と呼ばれています。一方、$\mathbb{Q}$ の**最大アーベル拡大**、即ち、対応するガロア群が可換となるような拡大体のうちで最大のものは、$\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}$ と表記します。類体論のとっかかりとして、**Kronecker-Weber の定理**は、これらが等しくなる（したがってガロア群も等しくなる）事を示し、$\mathbb{Q}$ のアーベル拡大は円分拡大であることを示しています [17]。

3. Bost-Connes 相転移定理

温度の逆数パラメータとして $\beta \in \mathbb{R}^+$ に対し、作用（しばしばフローと呼ばれますが）σ_t をもつ C*-力学系において、**β-KMS 状態** [4] φ とは、領域 $\mathrm{Im}\, z \in (0, \beta)$ で解析的かつその閉包上で有界連続な複素関数 $F_{A,B}(z)$ で、境界条件

$$F_{A,B}(t) = \varphi(\sigma_t(A)B), \ F_{A,B}(t + i\beta) = \varphi(B\sigma_t(A))$$

[4] KMS は、Kubo-Martin-Schwinger の略。ここで**状態**とは、$\varphi(1) = 1$ を満たす正値線形汎関数のことで、代表的なものが**ベクトル状態** $\varphi(A) = \langle x, Ax \rangle$ です。

を満たすものが存在するものをいいます。これは、富田-竹崎理論と呼ばれる作用素環の重要な概念と関連し、量子物理学においても重要な概念です。β を固定した KMS 状態全体 K_β は、コンパクトな凸集合なので、Krein-Milman の定理から「端点」[5]で元の凸集合が生成されますから、その全体 E_β が重要になります。実際、KMS 状態の場合には、端点になっていると、因子状態になります [15]。ここで、**因子状態** φ とは、φ による C*-環 $\mathcal{A}$ の巡回表現 $\pi_\varphi : \mathcal{A} \to B(H_\varphi)$ において、環の像のフォンノイマン環 $\pi_\varphi(\mathcal{A})''$ が因子環、すなわち、中心 $\pi_\varphi(\mathcal{A})' \cap \pi_\varphi(\mathcal{A})''$ がスカラーとなるような φ のことです（フォンノイマン環は本来、ノルムより弱い位相で閉じている*環なのですが、二重可換子定理によって、$B(H)$ 内で 2 回可換子を取ることで得られます。[15] などは、これを定義にしているぐらいです)。

このとき、Bost-Connes [1] は次の事実を示しました：

- $1 < \beta \leqq \infty$ のとき、β と、最大円分拡大の複素埋め込み（指標）$\chi : \mathbb{Q}^{\mathrm{cyc}} \to \mathbb{C}$ でパラメータ化された $\varphi_{\beta,\chi} \in E_\beta$ が存在し、それぞれ I_∞ 型因子状態で $\mathrm{Aut}(\mathbb{Q}/\mathbb{Z})$ の作用は自由で推移的. 実際の値は、Riemann ゼータ関数 ζ によって
$$\varphi_{\beta,\chi}(e(r)) = \frac{1}{\zeta(\beta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(r)}{n^\beta}.$$
- $0 < \beta \leqq 1$ のとき、$E_\beta = \{\varphi_\beta\}$ となり、φ_β は、単射的 III_1 型因子状態と呼ばれるもので、$\mathrm{Aut}(\mathbb{Q}/\mathbb{Z})$ の作用で不変. 実際の値は、$f_k(b) = \sum_{d|b} \mu(d)(b/d)^k$ とするとき、
$$\varphi_\beta(e(a/b)) = f_{1-\beta}(b)/f_1(b).$$

ここで、作用素環について詳細は [15] などを参照されたいのですが、I 型因子とは $B(H)$ と同型な因子環で、単射環とは $B(H)$ からその環が丁度切り取ることができるようなノルム 1 の射影が存在することを言い、 III 型とは 0 以外の有限射影作用素（Bernstein 的に自分自身以下のものと同値になれない射影）がないことです。I_n 型は、n 次行列全体とみなせますが、I_∞ は純粋に無限次元空間の有界線形作用素全体です。

4. 副有限完備化とアデール

話を進めるために道具が必要なので、まずよく知られている p 進整数環と p 進体から始めます。各素数 p について、商環 $\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$ は、自然に射影系をなしますので、射影極限 $\mathbb{Z}_p = \varprojlim \mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$ を p **進整数環**といいます。これは連続体濃度を持ち、n についての直積なので、その元は、無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n p^n$ $(a_n = 0, 1, \cdots, p-1)$ とみなせます。さらに整域なので商体 $\mathbb{Q}_p$ が得られ、p **進体**と呼ばれます。これは解析的には、有理数体 $\mathbb{Q}$ の p 進付値（絶対値・ノルム）による完備化になっています。ここで、有理数 q を $p^e \frac{m_q}{n_q}$ (m_q,n_q は互いに素で p を因数に持たない) というように一意的に分解したとき、 p **進付値** ν は、$\nu(a) = p^{-e}$ と定義される非 Archimedes 付値です。$\mathbb{Q}_p$ を直積とみなすと、もとの $\mathbb{Q}$ は Cantor の実数論のように対角に稠密に埋め込まれています。そういう意味で、p 進整数環もある種の「完備化」とみなせます。実際、一般の（正規部分群としての）イデアル $n\mathbb{Z}$ の商環が作る射影系にまで広げるとき、射影極

5) 凸集合の**端点** φ とは、$\varphi = (\psi_1 + \psi_2)/2 \;\Rightarrow\; \varphi = \psi_1 = \psi_2$ となるもののことで、状態全体の凸集合を考えたときは、端点は**純粋状態**と呼ばれます。

限 $\hat{\mathbb{Z}} = \varprojlim \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ は、**副有限完備化**（`profinite completion`）と呼ばれています。これは、中国剰余定理によって、$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \cong \prod_{p|n} \mathbb{Z}/p^m\mathbb{Z}$ となるので、$\hat{\mathbb{Z}} \cong \prod_p \mathbb{Z}_p$ という直積とみなせます。

それで $\mathbb{Q}$ の**有限アデール環** $\mathbb{A}_f$ は、$\hat{\mathbb{Z}}$ を $\mathbb{Q}$ まで係数拡大して、

$$\mathbb{A}_f = \mathbb{A}_{\mathbb{Q},f} = \mathbb{Q} \otimes_{\mathbb{Z}} \hat{\mathbb{Z}} = \mathbb{N}^{-1}\hat{\mathbb{Z}}$$

と定義されます。$\mathbb{Q}_p \cong \mathbb{Q} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}_p$ であることを考えると、

$$\mathbb{A}_f = \left\{ (x_p) \in \prod_p \mathbb{Q}_p \;\middle|\; x_p \in \mathbb{Z}_p \text{ almost all } p \right\}$$

と「制限直積」といわれるもので表せ、これはある種の帰納極限です（位相的には和集合と考えて埋め込み写像が連続となる最強の位相とみなします）。

$\mathbb{Q}$ の**アデール環**はさらに連続濃度回コピーして

$$\mathbb{A} = \mathbb{A}_{\mathbb{Q}} = \mathbb{R} \times \mathbb{A}_f$$

と定義され、その単数群 $\mathbb{A}^\times = \mathbb{R}^\times \times (\mathbb{A}_f)^\times$ を**イデール群** `idele group` といいます（位相的には積構造から入る位相なので相対位相とは異なっています）。イデール群 $\mathbb{A}^\times$ は直積 $\mathbb{Q}^\times \times \hat{\mathbb{Z}}^\times \times \mathbb{R}_+^\times$ にもなっています。これらは、（無限次）Galois 理論・類体論でよく使われる道具です。ここでは、さらに副有限完備化のイデール群

$$\hat{\mathbb{Z}}^\times = \lim_{\leftrightarrow} (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times \cong \prod_p \mathbb{Z}_p^\times$$

まで考えることにします。

このとき、$C^*(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \cong C(\hat{\mathbb{Z}})$ となるので、Bost-Connes C*-環は、

$$C(\hat{\mathbb{Z}}) \rtimes_\alpha \mathbb{N}^\times \cong C^*(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \rtimes_\alpha \mathbb{N}^\times \cong \mathcal{C}_{\mathbb{Q}}$$

とも表現されます。さらに、集合 X への特性関数を $\mathbf{1}_X$ であらわすとき、

$$\mathcal{C}_{\mathbb{Q}} \cong C(\hat{\mathbb{Z}}) \rtimes \mathbb{N}^\times \cong \mathbf{1}_{\hat{\mathbb{Z}}}(C_0(\mathbb{A}_f) \rtimes \mathbb{Q}_+^\times)\mathbf{1}_{\hat{\mathbb{Z}}}$$

となることもわかります。$\mathcal{A} = C_0(\mathbb{A}_f) \rtimes \mathbb{Q}_+^\times$ について、Laca [9] は $\mathbf{1}_{\hat{\mathbb{Z}}}$ に対応する射影 P を、$\mathcal{A} = \overline{\operatorname{span} \mathcal{A}P\mathcal{A}}$ となる意味で **full projection** と呼び、$P\mathcal{A}P$ を、**full corner** と呼んでいます。上記は $\mathcal{C}_{\mathbb{Q}}$ 自身が、full corner 環であることを示しています。

これで前半の Laca による解説 [10] を閉じますが、以上のように、様々な姿があることは、多方面の研究ができるということで、研究対象としては優秀な題材でしょう。Bost-Connes C*-環としては、さらにもう一つの姿として Connes 自身 [3] が指摘するように、前述した「亜群 C*-環」は半群の接合積と見なせ、それが次の話につながっていきます：亜群を

$$\mathcal{U}_1 = \left\{ (r,\rho) \in \mathbb{Q}_+^\times \times \hat{\mathbb{Z}} \;\middle|\; r\rho \in \hat{\mathbb{Z}} \right\}$$

とするとき、次のようにも表現できるのです：

$$C^*(\mathcal{U}_1) \cong C(\hat{\mathbb{Z}}) \rtimes \mathbb{N}^\times \cong \mathcal{C}_{\mathbb{Q}}.$$

5. 格子と Drinfel'd 加群

後半は、Jacob による拡張（論文 [6] とそのダイジェスト [7]）についてみていきましょう。$\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ をどうとらえるかが問題ですが、Jacob は、それを Drinfel'd 加群のねじれ点（`torsion point` 何乗かして単位元になるもの、幾何学的にはカスプに対応する）全体ととらえました。それで、その舞台設定から始めましょう。

k を、正標数を持つ大域体という意味で「関数体」とします。これは、有限体上の滑らかな射影曲線 C の有理関数体 $K(C)$ と同じです。その意味で、「無限遠点」に対応する座 (`place`) を一つ決めて ∞ と書くことにします（座は、付値環の極大イデアルともみなせて、同値類としては k 上の付値と対応します）。k で ∞ 以外に極を持たない部分環を $\mathcal{O}$ とすると、整域となって商体が k に戻ります。**有限な座**は、まさに $\mathcal{O}$ の極大イデアルと対応します。k の標数が p の時、有限体 $\mathbb{F}_p$ を含みますが、その代数閉包 $\mathbb{F}_q = \mathbb{F}_{p^m}$ を「定数体」といいます。k の座 $\mathfrak{p}$ について、$\mathbf{N}\mathfrak{p}$ を $\mathfrak{p}$ の剰余体の濃度とすると q^ℓ という値になりますが、それを $\mathfrak{p}$ の **絶対値ノルム**といい、ℓ を $\mathfrak{p}$ の次数といいます。特に、有限座の場合には、$\mathbf{N}\mathfrak{p} = \#(\mathcal{O}/\mathfrak{p})$ となります。座には付値が対応しますから、∞ による k の完備化を k_∞ とし、その代数閉包を $\overline{k_\infty}$ とすると、これは完備ではありません B そこで、さらにここでも意味を持つ ∞ による完備化を $\mathbf{C}_\infty$ とすると、代数的にも閉じています。これが $\mathbb{C}$ の代役を果たします（k_∞ が $\mathbb{R}$、$\mathcal{O}$ が $\mathbb{Z}$、有限座は素数のそれぞれ代役になっているといえば、多少見やすいでしょうか）。

$\mathbf{C}_\infty$ における $\mathcal{O}$ 格子 L は、離散的な有限生成部分 $\mathcal{O}$ 加群とします。$\mathbf{C}_\infty$ の指数写像 e_L と、$\mathbf{C}_\infty[X]$ の多項式 $\phi_a^L(X)$ を $x \in \mathbf{C}_\infty, 0 \neq a \in \mathcal{O}$ について

$$e_L(x) = x \prod_{\ell \in L \setminus \{0\}} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right), \qquad \phi_a^L(X) = aX \prod_{0 \neq \ell \in a^{-1}L/L} \left(1 - \frac{X}{e_L(\ell)}\right)$$

(ただし $\phi_0^L = 0$) と定めると、

$$e_L(x+y) = e_L(x) + e_L(y), \qquad e_L(ax) = \phi_a^L(e_L(x))$$

が成り立ちます（上記の無限積の方は、$\sin z = z \prod_{t \in \pi\mathbb{Z} \setminus \{0\}} (1 - z/t)$ から来ているようなのですが、私には意味づけがまだよく理解できていません）。

そこで、格子 L から導かれた **Drinfe'ld 加群**を、自明でない写像 $\phi : \mathcal{O} \to \mathbf{C}_\infty[X],\ a \mapsto \phi_a^L$ とします。ϕ は、

$$\phi_{a+b}^L = \phi_a^L + \phi_b^L, \qquad \phi_{ab}^L = \phi_a^L \circ \phi_b^L$$

という準同型的性質を持っていますし、e_L は、$\mathbf{C}_\infty/L \cong \mathbf{C}_\infty$ という群同型を導きます。この e_L によって $\mathcal{O}$ 加群の構造が $\mathbf{C}_\infty$ 上に移植されますから、

$$(a, x) \mapsto \phi_a^L(x)$$

で与えられる $\mathcal{O}$ 加群の構造を持った加法群自身 $\mathbf{C}_\infty$ を $\phi(\mathbf{C}_\infty) = \phi^L(\mathbf{C}_\infty)$ と改めて表すことにしましょう。個人的にはこちらこそ、Drinfel'd「加群」と定めた方がすっきりします。$\phi(\mathbf{C}_\infty)$ の元は、ϕ **の点**と呼ばれますが、$\phi(\mathbf{C}_\infty)^{\mathrm{tor}} = e_L(kL/L)$ を $\mathcal{O}$ **ねじれ加群** (`torsion module`) といい、その元を ϕ の**ねじれ点**と呼びましょう。$a \in \phi(\mathbf{C}_\infty)^{\mathrm{tor}}$ と $\varphi_a(x) = 0$ は同値です。

ここでもう少しステップアップします。$\mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ を $\mathcal{O}$ のイデアルが成す半群とするとき、$0 \neq \mathfrak{a} \in \mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ について、分数イデアルとしての逆元 $\mathfrak{a}^{-1}$ が考えられます：

$$\mathfrak{a}^{-1} = \{x \in k \mid x\mathfrak{a} \in \mathcal{O}\}.$$

R の分数イデアル $\mathfrak{a}$ とは、$c\mathfrak{a} \subset R$ となる c があるような加群で、イデアルの一般化です。上記のことを、$a \in \mathcal{O}$ から、$a \in \mathfrak{a} \in \mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ に拡張しましょう。$\phi_{\mathfrak{a}}$ は、イデアル $\mathbf{C}_\infty[X]\phi_a$ の monic な生成元としてユニークに定まります。$\mathfrak{b} \in \mathbb{Q}$ について、$\phi_{\mathfrak{a}}\phi_{\mathfrak{b}} = \phi'_b\phi_{\mathfrak{a}}$ となるような $\phi'_b \in \mathbf{C}_\infty[X]$ もただ一つ定まり、$b \mapsto \phi'_b$ は Drinfel'd 加群となっているので、それを $\mathfrak{a} * \phi$ と書くことにします。また、$\mathfrak{F}_{\mathcal{O}}$ を Grothendieck の包絡群といわれる、分数イデアルで作られた可換群とします。Drinfel'd 加群の集合上 $\mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ の作用は、$\mathfrak{F}_{\mathcal{O}}$ に拡張できます。性質としては、次の式が成り立ちます:

$$\mathfrak{a} * (\mathfrak{b} * \phi) = (\mathfrak{a}\mathfrak{b}) * \phi, \qquad \phi_{\mathfrak{a}\mathfrak{b}} = (\mathfrak{b} * \phi)\phi_{\mathfrak{a}}.$$

後半の準備の最後として、Hayes の理論に関連することをまとめておきます。$\mathbb{F}_\infty$ を、k_∞ の定数体とするとき、符号関数 $\mathrm{sgn}{:}k_\infty^\times \to \mathbb{F}_\infty^\times$ を $\mathrm{id}_{\mathbb{F}_\infty^\times}$ を含む群準同型とし、$\mathrm{sgn}(0) = 0$ を仮定します。Drinfel'd 加群が**符号正規化**されているとは、$\forall a \in \mathcal{O}$ について、φ_a の最大次数係数が $\sigma(\mathrm{sgn}(a))$ と等しくなるような定数体の自己同型 $\sigma \in \mathrm{Gal}\,(\mathbb{F}_\infty/\mathbb{F}_q)$ が存在することで、階数 1 の符号正規化 Drinfel'd 加群 $H(\mathrm{sgn})$ は、有限でイデアルの作用と相性がいいことが示されています。ここで、L が**階数 1** とは、$L = \xi\mathfrak{a}$ ($\xi \in \mathbf{C}_\infty^\times$, $\mathfrak{a} \in \mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$) と書けることを言います。

$y \in \mathcal{O} \backslash \mathbb{F}_q$ を選んで、K を $\phi(\mathbf{C}_\infty)^{\mathrm{tor}}$ と ϕ_y の係数で生成された k の拡大体としましょう。これは、y の選択によらないことがわかっています。$\phi \in H(\mathrm{sgn})$ について X_ϕ を $\phi(\mathbf{C}_\infty)^{\mathrm{tor}}$ の双対群とし、その disjoint union を X と書きます。$\mathfrak{a} \in \mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ の作用を、$\psi = \mathfrak{a}^{-1} * \phi$ について

$$X_\phi \to X_\psi, \quad \chi \mapsto \chi^{\mathfrak{a}} = \chi \circ \psi_{\mathfrak{a}}$$

とし、X まで拡大解釈します。これでやっと準備が整いました。

6. 亜群 C*-環 $C_{k,\infty}$

以上の設定のもとに、Bost-Connes[1] の延長として、次のような亜群が考えられます：

$$\mathcal{G} = \left\{ (\chi, \mathfrak{c}) \in X \times \mathfrak{F}_{\mathcal{O}} \;\middle|\; \chi \in \mathfrak{F}_X \right\}$$

ここで、$\mathfrak{F}_X$ は、$\mathfrak{F}_{\mathcal{O}}$ の中で、$\chi^{\mathfrak{c}}$ が定義されている元全体で、$\chi_1 = \chi_2^{\mathfrak{c}_2}$ のとき積は、$(\chi_1, \mathfrak{c}_1) \circ (\chi_2, \mathfrak{c}_2) = (\chi_2, \mathfrak{c}_1\mathfrak{c}_2)$ で定義され、逆元は $(\chi, \mathfrak{c})^{-1} = (\chi^{\mathfrak{c}}, \mathfrak{c}^{-1})$ で定めます。source, range 写像は、$s(\chi, \mathfrak{c}) = \chi$, $r(\chi, \mathfrak{c}) = \chi^{\mathfrak{c}}$ とします。このとき、(full) 亜群 C*-環 $C^*(\mathcal{G})$ を $C_{k,\infty}$ と書き、これが主役になります。これに対する作用は、

$$\sigma_t(f)(\chi, \mathfrak{c}) = \mathbf{N}\mathfrak{c}^{it} f(\chi, \mathfrak{c})$$

によって定義し、C*-力学系を考えます。

$C_{k,\infty}$ を定める中で、指標 $\chi \in X$ について、$\mathcal{G}$ からコンパクトな台を持つ複素数値の連続関数がなす convolution 代数から始める必要があり、$\ell^2(\mathcal{G}_X)$ への左正則表現 π_χ を考えることになります。その指標

の source ファイバー $s^{-1}(\chi) = \{\chi\} \times \mathfrak{F}_X$ が $\{\chi\} \times \mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ と等しくなるとき、**admissible** な指標と呼ばれますが、そのとき π_χ は、$\ell^2(\mathfrak{I}_{\mathcal{O}})$ への表現とみなせます。さらに $\mathfrak{I}_{\mathcal{O}}$ の標準基底を $\{\varepsilon_{\mathfrak{a}}\}_{\mathfrak{a}}$ とするとき、$\ell^2(\mathfrak{I}_{\mathcal{O}})$ 上の非有界作用素 H を

$$H\varepsilon_{\mathfrak{a}} = \log(\mathbf{N}\mathfrak{a})\varepsilon_{\mathfrak{a}}$$

で定めると、

$$\pi_\chi(\sigma_t(f)) = e^{itH}\pi_\chi(f)e^{-itH}$$

となって、$\beta > 1$ について Gibbs 状態を

$$\varphi_{\beta,\chi}(f) = \frac{\mathrm{Tr}\,(\pi_\chi(f)e^{-\beta H})}{\mathrm{Tr}\,(e^{-\beta H})}$$

で定義します。

一方、$C^*(\mathfrak{I}_{\mathcal{O}})$ の生成元 $\mu_{\mathfrak{a}}$ について、

$$\varphi_\beta(\mu_{\mathfrak{a}}\mu_{\mathfrak{b}}^*) = \mathbf{1}_{\mu_{\mathfrak{a}}=\mu_{\mathfrak{a}}}\mathbf{N}\mu_{\mathfrak{a}}^{-\beta} \qquad \mathbf{1} \text{ は、定義関数}$$

が、$C^*(\mathfrak{I}_{\mathcal{O}})$ のユニークな β-KMS 状態ですが、これは、$C_{k,\infty}$ の β-KMS 状態に、$\varphi_\beta \circ \mathbf{E}$ によって一意的に拡張でき、同じ φ_β で表します。ただし、$\mathbf{E}$ は、$C^*(\mathfrak{I}_{\mathcal{O}})$ を $C_{k,\infty}$ のガロア群 $\mathrm{Gal}\,(K/k)$ の固定体とみなして、その正規化 Harr 測度 $d\sigma$ について、$x \in C_{k,\infty}$ に対し、

$$\mathbf{E} : x \mapsto \int_{\mathrm{Gal}\,(K/k)} \sigma(x)d\sigma$$

で定義される写像とします。

すると、$C_{k,\infty}$ の KMS 状態について同様のことが示されました:

- $1 < \beta \leqq \infty$ のとき、β と、admissible 指標 $\chi \in X$ でパラメータ化された $\varphi_{\beta,\chi} \in E_\beta$ のみが存在し、それぞれ I_∞ 型因子状態.
- $0 < \beta \leqq 1$ のとき、$E_\beta = \{\varphi_\beta\}$ となり、φ_β は、単射的 $\mathrm{III}_{q^{-\beta}}$ 型因子状態 (q は定数体の要素の個数).

おわりに

盛り沢山な話なので、たくさん重要な視点を落としているような気がします。分割関数としてゼータ関数には触れてませんし、「対称性」ぐらいには言及しておくべきだったかもしれません。C*-力学系の対称性とは、C*-自己同型で時間発展に対応する作用（フロー）σ_t と可換なもののことで、それがなす群は「対称群」（`symmetry group, group of symmetries`）と呼ばれていますが、少々ややこしい用語です。前半の話では、ガロア群 $\mathrm{Gal}\,(\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}/\mathbb{Q})$ が対称群であり、後半では $\mathrm{Gal}\,(K/k)$ が対称群となるため、「ガロア対称性」とも呼ばれているようです。しかし、持て余してしまって、うまく話の中に収めることができませんでした。直接的にはこんな見落としがありますが、他にももっと指摘すべきことが多くあると思われます。そこは素人によるダイジェストとしてご容赦願って、稿を閉じたいと思います。

参考文献

[1] J.-B.Bost and A.Connes: Hecke algebras, type III factors and phase transitions with spontaneous symmetry breaking in number theory, Selecta Math. (New Series), **1**(1995), 411–457.
http://www.alainconnes.org/docs/bostconnesscan.pdf

[2] A.Connes: "Noncommutative Geometry",
http://www.alainconnes.org/docs/book94bigpdf.pdf

[3] A.Connes and M.Marcolli: "Noncommutative Geometry, Quantum Fields and Motives",
http://www.alainconnes.org/docs/bookwebfinal.pdf

[4] J.Cuntz and X.Li: The regular C*-algebra of an integral domain,
http://www.claymath.org/publications/currentvolumes/connes60/Cuntz-Li.pdf

[5] 藤井淳一：群拡大をめぐって、数学教育研究 **38** 2008, 大阪教育大学数学教室, 73–78.

[6] B.Jacob: Bost-Connes type Systems for Function Fields, J. Noncommut. Geom. **1** (2007), 141–211.
http://www.math.toronto.edu/bjacob/jncg.pdf

[7] B.Jacob: Bost-Connes type Systems for Function Fields,
http://www.math.vanderbilt.edu/~bisch/ncgoa06/talks/jacob.pdf
（旧版）http://www.cirm.univ-mrs.fr/videos/2006/exposes/07/Jacob.pdf

[8] M.Khoshkam and G.Skandalis, Crossed products of C*-algebras by groupoids and inverse semigroups, J. Operator Theory **51** (2004), 255–279.
http://www.theta.ro/jot/archive/2004-051-002/2004-051-002-002.pdf

[9] M. Laca, From endomorphisms to automorphisms and back: dilations and full corners, J. London Math. Soc. (2)**61** (2000), 893–904.

[10] M.Laca: C*-dynamical systems from number theory, Part 5: C*-algebras and dynamical systems from algebraic number fields,
http://www.pims.math.ca/files/DAY5_NOTES_SSNCG_2010.pdf

[11] M.Laca and I.Raeburn: Semigroup crossed products and the Toeplitz algebras of nonabelian groups, J. funct. anal. **139**(1996), 415–440.

[12] M.Laca and I.Raeburn: A semigroup crossed product arising from number theory, J. London Math. Soc.(2) **59** (1999), 330–344.

[13] M.Marcolli: Quantum statistical mechanics, L-series, Anabelian Geometry,
http://www.its.caltech.edu/~matilde/HarvardTalk.pdf

[14] J.Renault: Représentations des produits croisès d'algébres de groupoides, J. Operator Theorey, **18** (1987), 67–97.
http://www.theta.ro/jot/archive/1987-018-001/1987-018-001-005.pdf

[15] 梅垣壽春・大矢雅則・日合文雄：作用素代数入門, 共立出版, 1985.

[16] 吉田輝義: 保型表現と Galois 表現 —初学者のために—
http://www.dpmms.cam.ac.uk/~ty245/Yoshida_2010_SummerSchool-1.pdf

[17] 吉田輝義: Notes on class field theory,
http://www.dpmms.cam.ac.uk/~ty245/Yoshida_2010_KoreaCFT.pdf

＊　正会員申込用紙

正会員入会申込書

<table>
<tr><td>氏名</td><td colspan="2"></td><td>英語名</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">次の２つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。</td></tr>
<tr><td>所属先
住所</td><td colspan="4">〒</td></tr>
<tr><td>住所</td><td colspan="4">〒</td></tr>
<tr><td>専門分野</td><td colspan="4">表 f *より選んで○で囲って下さい
f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E-mail
address</td><td rowspan="2"></td><td>電話番号</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Fax 番号</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>会員区分
該当部分にチェック</td><td colspan="4">□A1 一般 1 年　□ A3 一般 3 年　□ S-A1 高齢者又は学生 1 年
□　S-A3 高齢者又は学生 3 年　□ 生涯会員</td></tr>
<tr><td>所属先の
施設</td><td colspan="4">□ ビデオ会議可能　□ 遠隔会議可能　□ コンピューターセンター</td></tr>
<tr><td>所属先の
通信システム</td><td colspan="4">□　ISDN　□ IP</td></tr>
<tr><td>所属大学等が
機関会員</td><td colspan="4">□　会員である　□　会員でない</td></tr>
<tr><td colspan="5">SCMJ のプリント版の購入</td></tr>
<tr><td colspan="3">□　希望　1 年に付き
1 年会員 9,000 円、3 年会員 8,000 円**</td><td colspan="2">□ 希望しない</td></tr>
<tr><td>高齢会員を申し込む場合</td><td colspan="2">生年月日</td><td colspan="2">学生会員の場合は在学証を添付</td></tr>
<tr><td>日付</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="3">私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することもしません。</td><td>署名</td><td></td></tr>
</table>

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、3 年間一括の場合は 24,000 円です。
この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

Application form for an individual member of ISMS

<table>
<tr><td>Family Name</td><td></td><td>First &Middle Name</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Check one of the following addresses to which "Notices from the ISMS" should be sent.</td></tr>
<tr><td>Address of your institution (university)</td><td colspan="3">□</td></tr>
<tr><td>Home address</td><td colspan="3">□</td></tr>
<tr><td>Special fields*</td><td colspan="3">f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E-mail address</td><td rowspan="2"></td><td>Tel.</td><td></td></tr>
<tr><td>Fax</td><td></td></tr>
<tr><td>Membership category** (Circle one)</td><td colspan="3">A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL</td></tr>
<tr><td>Check the facilities your institution has.</td><td colspan="3">☐ Conference room(s) for video conference
☐ Computer center</td></tr>
<tr><td colspan="2">Communication system of your institution</td><td colspan="2">□ ISDN □ IP</td></tr>
<tr><td colspan="2">Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?</td><td colspan="2">□ Yes □ No</td></tr>
<tr><td>☐ I subscribe to the printed version of SCMJ.</td><td colspan="3">□¥6,000 (US$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1 , D1 and SD1.
□¥5,500 (US$55. €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL.
□In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US$150, €120).</td></tr>
<tr><td>For the aged member, write your birth year.</td><td></td><td colspan="2">For the student member, student registration certificate should be attached.</td></tr>
<tr><td>Date of Application</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="4">I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.</td></tr>
<tr><td>Signature</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

**Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

ISMS　(JAMS の継続) 会員募集

ISMS の出版物:ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.) と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、“21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ) ” として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700 〜1200 頁を出版しています。全体として 230 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)〜７)です。

1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間０で発行されます。
7) Mathematical Review, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究集会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。（本誌 45 号　3p　及び Notices　March　2006　9p　を御参照下さい）

ISMS の学術賞:会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。（詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい）

＜ISMS の会員の特典＞１．SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。２．SCMJ print 版の少額での購読 (下表１)。＜機関購読会員の特典＞1. 機関内の 2 名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。

表１
【雑誌購読費】

	正会員(１年)	正会員（3	機関会員	定価
Print	￥6,000 US$ 60, €48	￥5,500* US$ 55,	￥33,000 US$ 300,	￥45,000 US$ 400,
Online	Free	Free		
Online+print	￥6,000 US$ 60, €48	￥5,500 US$ 55,	￥33,000 US$ 300,	￥45,000 US$ 400,

*３年会員のみ、雑誌購読費 3 年分前払いの場合は￥15,000 になります。
著者の方には、SCMJ を１冊送料込みで 1,200 円または US＄12 で購入できます。

別刷作成について、別途実費の分担をお願いします。原稿の組版についての連絡費、抜刷送料等の事務処理として、一編について¥ 1,000 を請求させて頂きます。
（2008 年　Vol.67　から実施）

表２
【2008 年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	¥9,000	US$ 75,　€60	US$ 45，€36
3 年 A 会員	¥24,000	US$ 200,　€160	US$ 117,　€93
単年度 S 会員	¥5,000	US$ 40,　€32	US$ 27,　€21
3 年 S 会員	¥12,000	US$ 100,　€80	US$ 71,　€57
生涯会員**	¥90,000	US$ 740, €592	US$ 616, €493

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。
A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員(70 歳以上)を指します。

国際数理科学協会
International Society for Mathematical Sciences
〒590-0075 堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内
Tel:(072)222-1850 / Fax: (072) 222-7987　URL:http://www.jams.or.jp