



一般社団法人

国際数理科学協会会報

No.72/ 2010.11

編集委員：藤井正俊(委員長)、藤井淳一

目次

- * 代議員選挙
- * SCMJ 印刷頁数の推移
- * 寄稿
- * 在庫雑誌の案内
- * 機関会員募集
- * 正会員申込用紙
- * 会員募集

* 代議員選挙

前回の会報でもお知らせしましたように、定款の附則 5 に基づいて、定数 30 名以内の代議員の選挙を行ないます。ここ最近 3 年間に一度も会費を納入しなかった方を除く会員を Net でお知らせします。この学生会員、正会員の中から 5 名以内を選び、協会から送られる往復はがきを用いて、指定期日までに協会に着くように、無記名で投票を行って下さい。投票する際の留意点はこの代議員の任期は 2 年で、少なくとも年 1 回開催の社員総会に出席しなければならないことです。ただし、委任することも出来ます。さらに、この選ばれた代議員の中から理事（12 名以内）及び監事（1 名）を選ばなければなりません。理事で構成する理事会には、これらの役員は出席が義務づけられています。

設立時社員：長尾 壽夫、寺岡 伸義、熊谷 悦生、植松 康祐

* SCMJ 印刷頁数の推移

下の表は、ここ 10 年間の SCMJ の印刷ページ数を表したものです。これより、だんだんとページ数が減少していることが分かると思います。当協会はこの雑誌の発行が一つの大きな目的ですので、会員の皆様方の投稿をお願い致します。また、近くの方にも投稿方ご依頼していただくようお願いいたします。

年度	2001	02	03	04	05
ページ数	1242	1295	1293	1263	1058

06	07	08	09	10
1107	870	857	823	607*

なお、2006 年以降は 07 年を除いて、追悼論文が組み込まれています。純粋に投稿論文としてきて掲載されたものはこれより少なくなります。* は 11 月号は含んでいません。

* 寄稿

連続ウェーブレット変換について

芦野隆一（大阪教育大学数理科学）

萬代武史（大阪電気通信大学工学部）

守本晃（大阪教育大学情報科学）

1 はじめに

ウェーブレット解析の出発点は、1982年のモルレの仕事 [12, 13] である。モルレは、フランスのエルフ・アキテーヌ社で石油探査の研究を続ける間に、“形が一定の波形” (constant shape) を使う時間スケール解析という考え方に到達した。その後、1984年に、モルレは物理学者のグロスマンと一緒に連続ウェーブレット変換 [8, 10]（最初はサイクル・オクターブ変換と呼んでいた）を提案し、その反転公式を証明した。

本原稿では、地震探査の反射法を説明すると共に、なぜモルレが“形が一定の波形”を強調していたかを述べよう。

ウェーブレット解析についての詳しい参考書は、ドブシー [3]、マラー [11] である。また、ハバード [4] はウェーブレット解析がどのようにして誕生したかを書いた物語である。

2 フーリエ解析

フーリエが「任意の関数は、三角関数の級数で表すことができる」と主張してから200年になるが、いまだに「どんな関数」なら「どんな意味」で三角関数の重ね合わせで記述できるかはホットな話題である。文献 [1] には歴史が詳しく書いてある。

可積分関数 $f \in L^1(\mathbb{R})$ のフーリエ変換と $g \in L^1(\mathbb{R})$ の逆フーリエ変換を

$$\mathcal{F}[f] = \hat{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} e^{-it\omega} f(t) dt, \quad \mathcal{F}^{-1}[g] = \check{g}(t) = (2\pi)^{-1} \int_{\mathbb{R}} e^{it\omega} g(\omega) d\omega$$

で定義する。また、 $\tilde{\mathcal{F}} = (2\pi)^{-1/2} \mathcal{F}$ は、 $L^2(\mathbb{R})$ のユニタリ作用素に拡張できる。つまり、 $\tilde{\mathcal{F}}$ は、 $L^2(\mathbb{R})$ から $L^2(\mathbb{R})$ への内積を変えない写像である。 $\tilde{\mathcal{F}}$ の随伴作用素は、 $\tilde{\mathcal{F}}^* = (2\pi)^{1/2} \mathcal{F}^{-1}$ である。つまり、任意の $f, g \in L^2(\mathbb{R})$ に対して、 $\langle \tilde{\mathcal{F}}f, g \rangle = \langle f, \tilde{\mathcal{F}}^*g \rangle$ が成り立つ。

信号解析の分野では、時間 t [sec] に対して ω を角周波数と呼び、単位は $[\text{rad}/\text{sec}]^1$ である。角周波数 ω [rad/s] を周波数の単位 $[\text{Hz}]^2$ に変換すると、 $\omega/(2\pi)$ [Hz] である。以降、時間の関数を信号と呼び、 ω を単に周波数と呼ぶ。また、 $\hat{f}(\omega)$ と $|\hat{f}(\omega)|^2$ は、それぞれスペクトラムとエネルギー密度スペクトラムと呼ばれる。実数値信号 $f(t)$ のフーリエ変換は、 $\hat{f}(-\omega) = \overline{\hat{f}(\omega)}$ （ただし複素数 z の共役複素数を \bar{z} と書く）なので、エネルギー密度スペクトラムは偶関数になる。一例として、図 1 左の実数値信号のエネルギー密度スペクトラムは右図になる。

¹1 秒間に位相角が進む角度を [radian] で測る。

²1 秒あたりの回転数 [cycles/sec]。

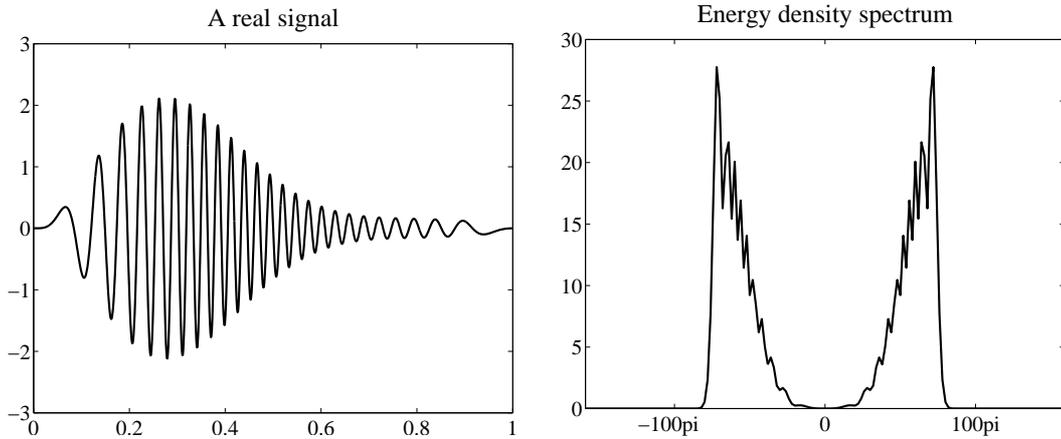


図 1: ある実数値信号 (左) とそのエネルギー密度スペクトラム (右) .

フーリエ変換では信号 $f(t)$ の全時間にわたる情報を周波数 ω の情報 $\hat{f}(\omega)$ に置き換えるため、フーリエ変換から信号の始まりや終わり、ジャンプや急激な変動などの時間に関する情報を知ることは困難である。そこで、信号 $f(t)$ から時間と周波数両方の情報を引き出せる方法が求められてきた。

3 時間周波数解析

時間周波数解析とは、信号 $f(t)$ から時刻 t 、周波数 ω の情報を引き出す方法である。つまり、時間軸方向にも周波数軸方向にも局在化したテスト関数を沢山用意して、それらテスト関数と信号との内積で、信号からテスト関数が局在している時間周波数位置の情報を引き出す手法である。不確定性原理の制約があるために、時刻と周波数を同時に精確に求めることはできない。

3.1 時間周波数窓と不確定性原理

ガボール [7] は、量子力学の言葉・概念を通信理論³に持ち込んで不確定性原理を証明した。

関数 $w(t) \neq 0$ が、条件 $w(t), tw(t), \omega \hat{w}(\omega) \in L^2(\mathbb{R})$ を満たすとき、窓関数と呼ぶ。窓関数 $w(t)$ に対しては、時間窓のエネルギー $E(w)$ 、中心 $c[w]$ 、幅 $\Delta[w]$ をそれぞれ以下で定義する⁴。

$$E[w] := \int_{\mathbb{R}} |w(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} E[\hat{w}], \quad (1)$$

$$c[w] := \frac{1}{E[w]} \int_{\mathbb{R}} t |w(t)|^2 dt, \quad (2)$$

$$\Delta[w] := \sqrt{\frac{1}{E[w]} \int_{\mathbb{R}} (t - c[w])^2 |w(t)|^2 dt}. \quad (3)$$

³高い周波数の搬送波を使って低い周波数の情報を送るための理論。例えば、AM ラジオ放送では 1000 [kHz] (百万 [Hz]) の搬送波を使って、一万 [Hz] 以下の音声信号を伝送する。

⁴窓関数の条件から、窓関数に対して、時間窓と周波数窓両方の中心・幅が定義できる。

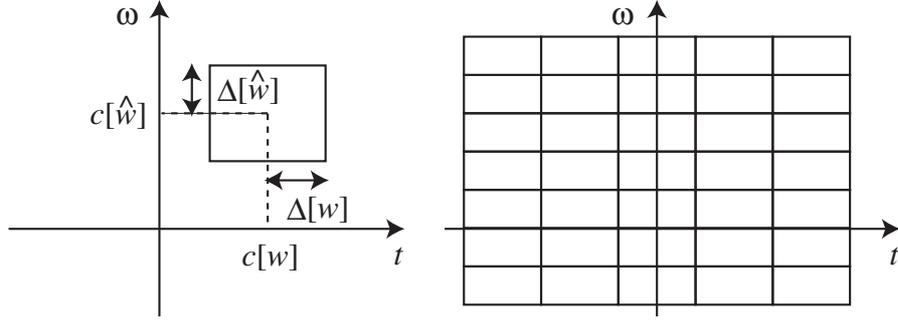


図 2: 左図: w の時間周波数窓, 右図: ガボール展開におけるテスト関数の配置

$c[w]$ と $\Delta[w]$ は, \mathbb{R} 上の確率密度関数 $\mu_w(t) := \frac{|w(t)|^2}{E[w]}$ に対する平均と標準偏差である. 区間 $[c[w] - \Delta[w], c[w] + \Delta[w]]$ を時間窓と呼ぶ. 時間窓は窓関数 $w(t)$ の時間軸での広がりを表す. 同様に, 周波数窓のエネルギー $E[\hat{w}]$, 中心 $c[\hat{w}]$, 幅 $\Delta[\hat{w}]$ をそれぞれ以下で定義する.

$$E[\hat{w}] := \int_{\mathbb{R}} |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega, \quad (4)$$

$$c[\hat{w}] := \frac{1}{E[\hat{w}]} \int_{\mathbb{R}} \omega |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega, \quad (5)$$

$$\Delta[\hat{w}] := \sqrt{\frac{1}{E[\hat{w}]} \int_{\mathbb{R}} (\omega - c[\hat{w}])^2 |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (6)$$

区間 $[c[\hat{w}] - \Delta[\hat{w}], c[\hat{w}] + \Delta[\hat{w}]]$ を周波数窓と呼ぶ. 周波数窓は窓関数 $w(t)$ の周波数軸での広がりを表す. 時間窓と周波数窓の直積

$$[c[w] - \Delta[w], c[w] + \Delta[w]] \times [c[\hat{w}] - \Delta[\hat{w}], c[\hat{w}] + \Delta[\hat{w}]] \quad (7)$$

を $w(t)$ の時間周波数窓と呼び, 図 2 左図のように横軸に時間 t を取り, 縦軸に周波数 ω を取った時間周波数平面上の長方形領域として描く. 信号 $f(t)$ と窓関数 $w(t)$ との内積 $\langle f, w \rangle = (2\pi)^{-1} \langle \hat{f}, \hat{w} \rangle$ は, 信号 $f(t)$ の時間周波数窓 (7) の情報にアクセスしていると考えられる. また沢山の窓関数 w_λ , $\lambda \in \Lambda$ の時間周波数窓が図 2 右図にあるように時間周波数平面を覆うような配置に取れば, 内積 $\langle f, w_\lambda \rangle$ で信号 $f(t)$ の望みの時刻 t , 周波数 ω の情報にアクセスできるであろう. このような解析方法を時間周波数解析と呼ぶ. このとき, 次の不確定性原理が成立する. 証明は, たとえば [2, 3.3 節] [7] [9, 2.2 節] などにある.

定理 1. 窓関数 $w(t) \neq 0$ に対して,

$$\Delta[w] \Delta[\hat{w}] \geq \frac{1}{2}. \quad (8)$$

等号が成立するのは, $w(t) = c e^{iat} e^{-(t-b)^2/(2\sigma^2)}$ ($c \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$) の場合に限る.

不確定性原理から, 図 2 左図にある窓関数 $w(t)$ の時間周波数窓の面積は 2 以上になる.

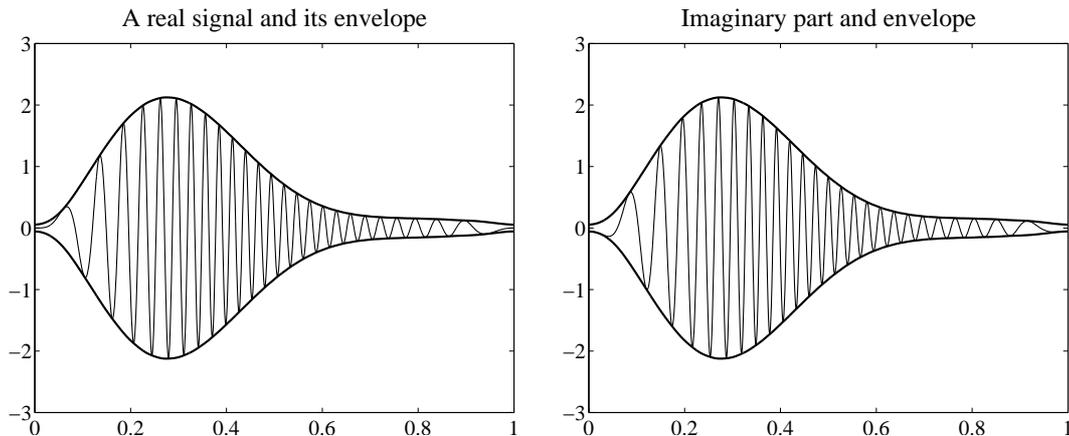


図 3: 左図:ある実数値信号 $f(t)$ (細線)とそのエンベロープ(太線), 右図: 解析信号 $\mathcal{A}[f](t)$ の虚部(細線)とエンベロープ(太線). 負にしたエンベロープ $-\mathcal{A}[f](t)$ も太線で描いた.

3.2 解析信号

実数値信号 $f(t)$ ではエネルギー密度スペクトラムは偶関数になるので, 運動量に相当する周波数窓の中心は常に $c[\hat{w}] = 0$ であって都合が悪い. そこで, ガボールは実数値信号の負の周波数を無視して信号を複素数値化し複素信号と呼んだ. 同時期にヴィユ [14] は, この複素数値化した信号を解析信号と呼んだ. 解析信号は現在でも工学分野で広く使われている言葉である. 信号 $f(t)$ から解析信号を作る作用素 \mathcal{A} は,

$$\mathcal{A}[f] = (\pi)^{-1} \int_0^{\infty} e^{it\omega} \hat{f}(\omega) d\omega \quad (9)$$

である. 実数値信号 $f(t)$ に対しては, 解析信号 $\mathcal{A}[f](t)$ の実部は $f(t)$ と一致し, $\mathcal{A}[f](t)$ の虚部は $f(t)$ のヒルベルト変換になる. 解析信号の絶対値 $|\mathcal{A}[f](t)|$ は, エンベロープ⁵と呼ばれて, 信号のゆっくり変動する部分に対応することが多い. 図 3 左図に前例の実数値信号(細線)とそのエンベロープ(太線)を右図にヒルベルト変換で作った虚部(細線)とエンベロープ(太線)を描いた.

3.3 ガボール関数とガボール変換

ガボール [7] は, 角周波数 ξ のコサイン波 $\cos(\xi t)$ の解析信号 $e^{i\xi t}$ を含み, 不確定性原理の不等式で等号が成立する関数

$$g_{\sigma}^{(b,\xi)}(t) = C_{\sigma} e^{i\xi t} e^{-(t-b)^2/(2\sigma^2)} \quad (10)$$

を基本信号と呼んだ. 今では $g_{\sigma}^{(b,\xi)}(t)$ はガボール関数⁶と呼ばれている. ここで, $\sigma > 0$ は時間窓・周波数窓の幅を決定するパラメーターで固定する. また, $C_{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{\pi}}}$ は, 時間窓のエネルギーを $E[g_{\sigma}^{(b,\xi)}(t)] = 1$ に

⁵一般に数学でいう包絡線(一群の曲線または曲面のすべてに接する曲線または曲面)を求めることは難しいので, 包絡線の代替物としてこのようなエンベロープを定義したのであろう.

⁶ガボール関数の実部をヒルベルト変換しても虚部にはならないので, ガボール関数は解析信号ではない. ガボール関数は窓関数である.

するための定数である．結局，ガボール関数の時間周波数窓を動かすパラメータは，時間窓の中心 b と周波数窓の中心 ξ の 2 個である．ガボール関数 $g_\sigma^{(b,\xi)}(t)$ の時間周波数窓は，

$$\left[b - \frac{\sigma}{\sqrt{2}}, b + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right] \times \left[\xi - \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}, \xi + \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right] \quad (11)$$

であり， (b, ξ) を中心とした同じ形の長方形である．信号 $f(t)$ とガボール関数 $g_\sigma^{(b,\xi)}(t)$ の内積でガボール変換 $V_{g_\sigma}[f](b, \xi)$ を定義する．つまり，

$$V_{g_\sigma}[f](b, \xi) := \langle f, g_\sigma^{(b,\xi)} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-i\xi t} C_\sigma e^{-(t-b)^2/(2\sigma^2)} dt. \quad (12)$$

ガボール変換は信号の (b, ξ) を中心とした時間周波数窓 (11) の情報にアクセスできる．このとき次の定理が成立する [9, 3.2 節] ．

定理 2. 次の逆ガボール変換が成立する ．

$$f(s) = (2\pi)^{-1} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} V_{g_\sigma}[f](b, \xi) g_\sigma^{(b,\xi)}(s) db d\xi. \quad (13)$$

ガボール変換・逆変換のパラメータ (b, ξ) を離散化するには， $g_\sigma^{(b,\xi)}(t)$ の時間周波数窓 (11) が (b, ξ) によらず同じ形の長方形なので，時刻 b と周波数 ξ をそれぞれ等間隔に離散化して，図 2 右図のように時間周波数窓が時間周波数平面を覆うように取る ．

ガボール変換式 (12) の右辺を良く眺めてみると，信号 $f(t)$ に $C_\sigma e^{-(t-b)^2/(2\sigma^2)}$ という時刻 b を中心にした切り出し関数をかけて，その積をフーリエ変換したと考えることができる ．そこで，切り出し関数を，時間窓のエネルギー $E[w] = 1$ を満たす一般の窓関数 $w(t)$ に置き換えた変換

$$V_w[f](b, \xi) := \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{w(t-b)} e^{-i\xi t} dt \quad (14)$$

を窓フーリエ変換あるいは短時間フーリエ変換と呼ぶ ．このとき，逆変換

$$f(s) = (2\pi)^{-1} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} V_w[f](b, \xi) w(s-b) e^{i\xi s} db d\xi$$

が成立する [9, 3.2 節] ．

ガボール変換は，信号 $f(t)$ に対して調査したい周波数 ξ がある程度分かっている場合⁷には，時間窓の中に角周波数 ξ の $e^{i\xi t}$ が 2 周期ほどはいるようにパラメータ $\sigma \doteq 4\pi/(\xi\sqrt{2})$ を調節すると，性能がすばらしく良い ．しかしながら，時間窓にくらべて低すぎる周波数の波を調べることはできないし，時間窓の中に 100 周期分も入るような高周波だと時刻の特定ができない ．

ガボール関数 $g_\sigma^{(b,\xi)}(t)$ に関して，モルレが問題にしたのは次の 2 点である ．

1. σ, ξ 固定でも，時刻パラメータ b が異なると関数の形が変わる⁸ ．図 4 左 ．

⁷ ξ を中心に 3 オクターブ程度の範囲が理想的である ．

⁸このことから，周波数 ξ をとめたとき，ガボール変換は信号と何らかの関数との合成積の形に書くことができない ．これは，時不変線形システム（後述）を扱うときに非常に不便な性質である ．

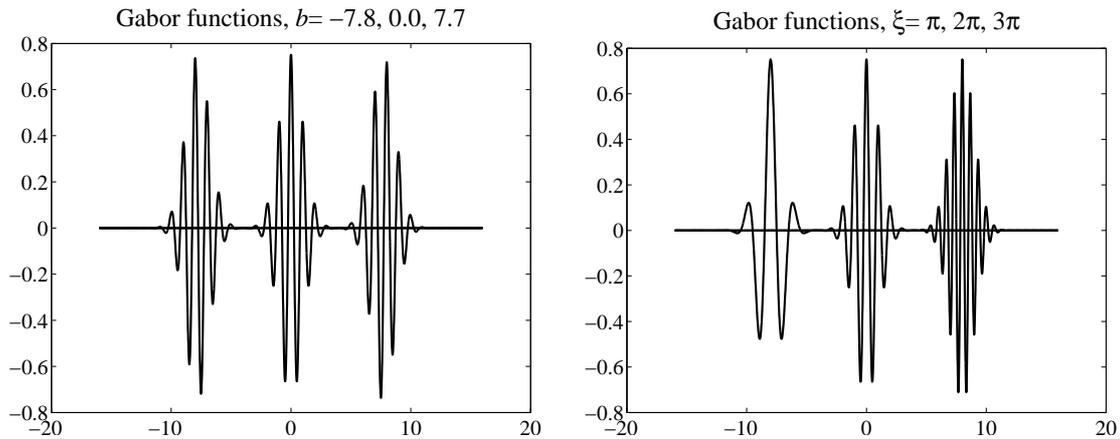


図 4: ガボール関数 $g_{\sigma}^{(b,\xi)}(t)$ の実部 . $\sigma = 1$ で固定 . 左図 : $\xi = 2\pi, b = -7.8, 0.0, 7.7$. 右図 : $(b, \xi) = (-8, \pi), (0, 2\pi), (8, 3\pi)$.

2. σ, b 固定でも , 周波数パラメーター ξ が異なると関数の形が変わる . 図 4 右 .

次節では , モルレの専門分野である地震探査の反射法について述べ , 上記 2 点のどこが問題であることを述べる .

4 地震探査における反射法

反射波地震探査というのは , 地表で地震波を発生させて , 地層の境界面で反射した波を地震計で捉えて , 地層の重なり具合を推定しようという方法である .

4.1 一番簡単な問題設定

反射法の説明を一番簡単な問題設定で行う . この場合には , 時不変線形システムの同定を行うことになる . 図 5 左図のような地層の重なりを推定したいので , 次の 4 個の仮定を設ける .

- (A1) 各層は全て水平であり , 層内は均一の物性を持つ . 層内では波は減衰しない .
- (A2) 疎密波 (P 波) の平面波のみ取り扱う .
- (A3) 地表から地震波 (平面波) が鉛直方向に伝わり , 層の境目 (物性境界) で反射波が発生する . 反射波も平面波であり , 鉛直方向に地面に向かって伝わる .
- (A4) k 番目の物性境界での反射波は , 入力波の p_k 倍とし , 反射波の位相は入力波と同じ $p_k > 0$ か逆位相 $p_k < 0$ のみと仮定する . また反射の割合は非常に低い ($|p_k| \ll 1$) と仮定するので , 多重反射は考えない .

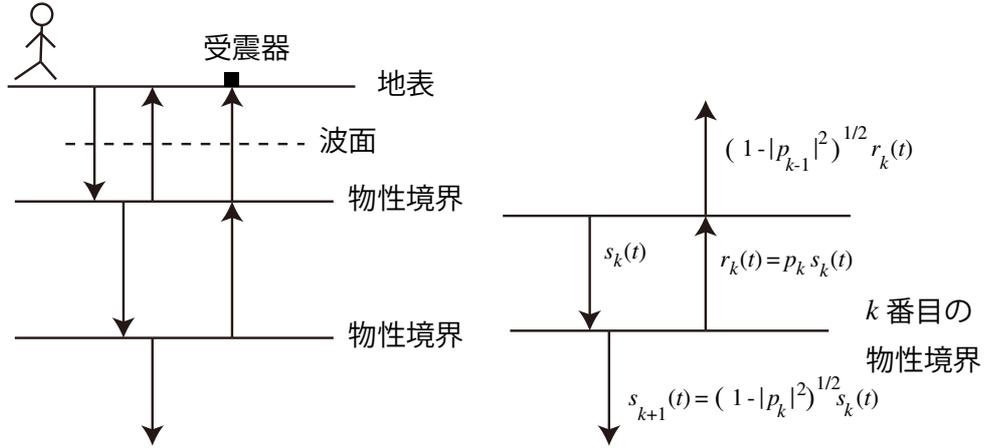


図 5: 左図: 反射法が一番簡単な問題設定. 右図: k 番目の物性境界への入力波 $s_k(t)$ の内 p_k が反射し, $(1 - |p_k|)$ が透過する.

地震波を $s(t)$ とする. 地震波が k 番目の物性境界に達するまでの時間を $c_k/2 > 0$ とする. 従って, 地表まで戻ってくる時間は c_k である. また, 図 5 右図にあるように, k 番目の物性境界への入力波 $s_k(t)$ のうち, 反射するのは $r_k(t) = p_k s_k(t)$ で, 下の層へ透過する波は $s_{k+1}(t) = \sqrt{1 - |p_k|^2} s_k(t)$ となる. また, 反射波 $r_k(t)$ のうちで $\sqrt{1 - |p_k|^2} r_k(t)$ が $k - 1$ 層へ透過しそれ以外は下向きに反射する.

結局, k 番目の物性境界で反射した波で地上の受震器に到達する波は,

$$\left(\prod_{\ell=1}^{k-1} \sqrt{1 - |p_\ell|^2} \right)^2 p_k s(t - c_k)$$

である⁹. $P_k = \left(\prod_{\ell=1}^{k-1} (1 - |p_\ell|^2) \right) p_k$ とおき, 物性境界の数を K 個とすると, トータルの反射波 $r(t)$ は,

$$r(t) = L[s](t) = \sum_{k=1}^K P_k s(t - c_k) \quad (15)$$

である. 入力 $s(t)$ を出力 $r(t)$ に対応させる線形写像 L を工学では, 線形システムと呼ぶ.

$$h(t) = \sum_{k=1}^K P_k \delta(t - c_k)$$

とおくと, 式 (15) は $r = (h * s)$ と合成積で記述できるので, L は時不変線形システム¹⁰になる. ここで, $h(t)$ はインパルス応答と呼ばれる. 入力 $s(t)$ と出力 $r(t)$ からシステムのパラメーター K, c_k, P_k を推定することを, システム同定と呼ぶ.

この出力 $r(t)$ が入力 $s(t)$ とインパルス応答 $h(t)$ の合成積で記述できていることは重要である. 合成積は順序の入れ替えが自由にできるので, ある信号 $q(t)$ と $s(t)$ の合成積 $q * s$ をシステムに入力すると,

$$L[q * s] = h * (q * s) = q * h * s = q * L[s] = q * r$$

⁹地表面での反射は無視する.

¹⁰任意の時間シフト作用素 $T_c (T_c f := f(t - c))$ に対して, $T_c L = L T_c$ となるとき, L を時不変と呼ぶ.

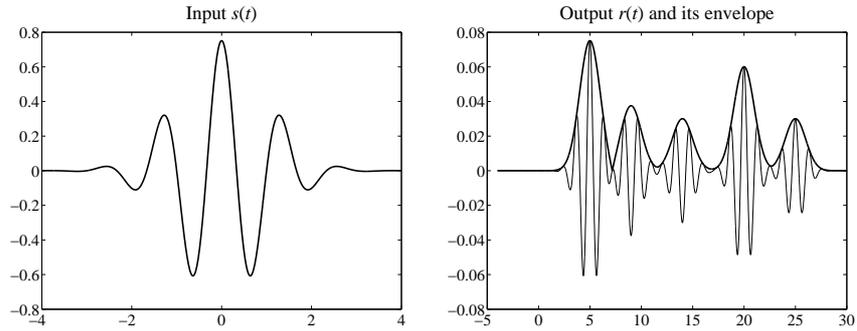


図 6: 時不変線形システム例 1, 左図: 入力 $s(t) = \Re g_1^{(0,3\pi/2)}(t)$. 右図: 出力 $r(t)$ (細線) とそのエンベロープ (太線).

表 1: 時不変線形システム (15) のパラメータ設定と推定値.

	(c_1, P_1)	(c_2, P_2)	(c_3, P_3)	(c_4, P_4)	(c_5, P_5)
例 1	(5, 0.1)	(9, -0.05)	(14, -0.04)	(20, 0.08)	(25, 0.04)
推定	(5.00, 0.100)	(9.00, -0.050)	(14.00, -0.040)	(20.00, 0.080)	(25.00, 0.040)
例 2	(2.5, 0.1)	(4.5, -0.05)	(7, -0.04)	(10, 0.08)	(12.5, 0.04)
推定 1	(2.67, 0.074)	(6.87, -0.033)	(10.05, 0.079)		
推定 2	(2.38, 0.042)	(4.84, 0.041)	(7.08, -0.032)	(9.98, 0.080)	(12.48, 0.038)
推定 3	(2.67, -0.082)	(7.08, -0.019)	(9.96, 0.068)	(12.62, -0.0014)	
推定 4	(2.38, -0.056)	(4.73, 0.011)	(7.05, -0.023)	(9.97, 0.065)	(12.66, -0.036)
推定 5	(2.50, 0.010)	(4.50, -0.050)	(7.00, -0.040)	(10.00, 0.080)	(12.50, 0.040)

となり, $q(t)$ と $r(t)$ の合成積 $q * r$ が出力される. 一般に地震波 $s(t)$ は複雑な形をしているので, $q * s$ ¹¹ が図 6 左図のような単純な波になるように, $q(t)$ をうまく設計するのが, 地震探査の反射法を使う場合の要点である. この分野では, 地震波から合成積で作成した単純な波をウェーブレットと呼んでいた. モルレ [12] は, 図 6 左を入力波形¹²として用いて, 地層が繰り返し重なった場合の出力を数値シミュレーションで解析している.

4.2 ガボール関数を用いたシステム同定の例

ガボール関数を用いて, 時不変線形システム (15) の同定を行ってみよう. ここでは, パラメーター c_k を時間遅れと呼ぶ. システムへの入力 $s(t)$ は, $\sigma = 1$ と取ったガボール関数の実部 $s(t) = \Re g_1^{(0,\xi)}(t)$ を用いる. 通常ガボール関数で解析する場合は, 時間窓の幅と周波数窓の幅を決定するパラメーター σ は一度設定したら変更しない. 周波数窓の中心 ξ をいろいろ変えて, システムの出力を調べよう.

¹¹信号処理分野では, $q * s$ を信号 s にフィルター q をかけるという.

¹²実際は, ガボール関数 $g_1^{(0,3\pi/2)}(t)$ の実部 $s(t) = (\pi)^{-1/4} \cos(3\pi t/2) e^{-t^2/2}$ をダイレーション作用素 ($D_a f(t) = |a|^{-1/2} f(a^{-1}t)$, $a \neq 0$) で変形して, 図 6 左の t 軸の目盛り 2 が 30 ミリ秒程度になる波形を利用している.

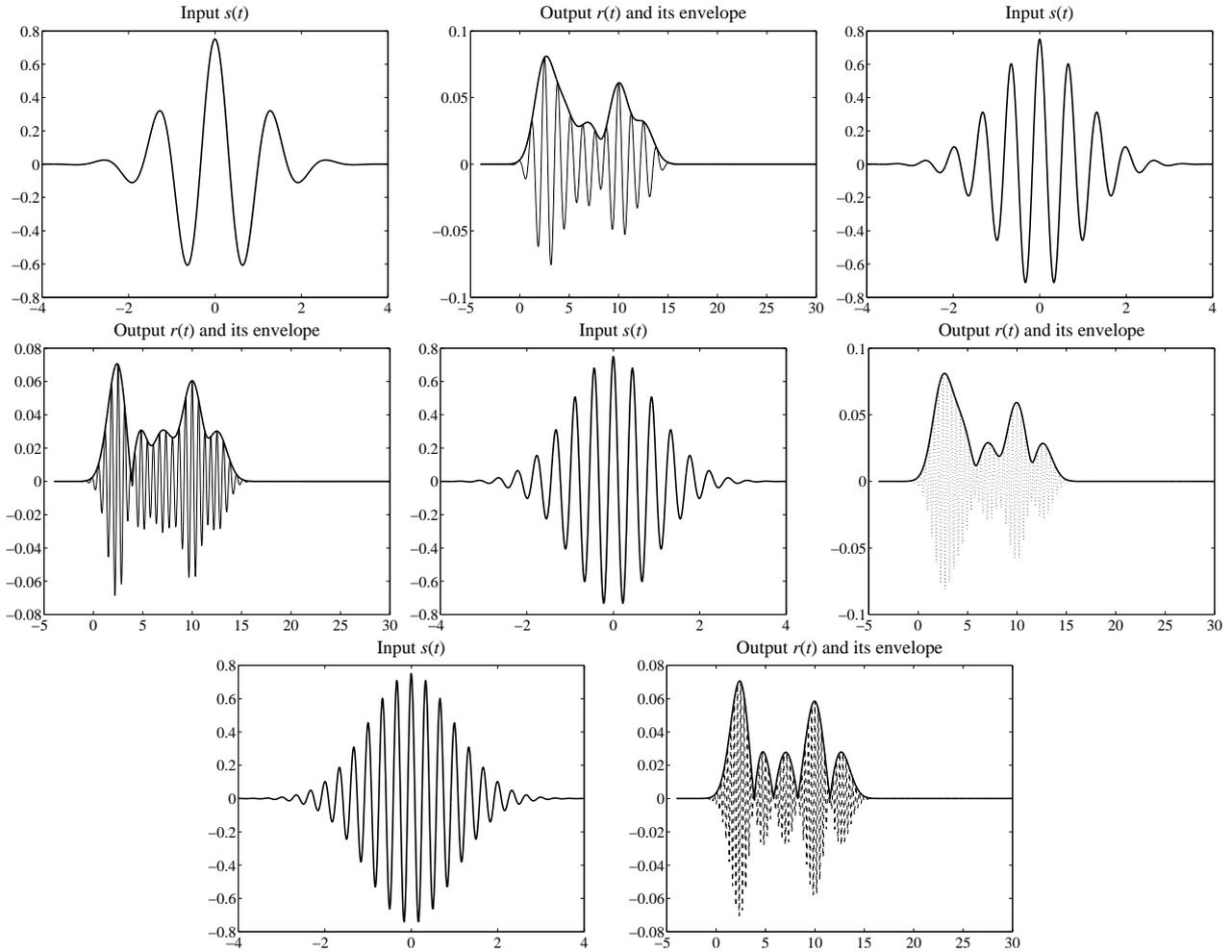


図 7: 時不変線形システム例 2, 上左図: 入力 $s(t) = \Re g_1^{(0, \xi)}(t)$, $\xi = 3\pi/2$. 上右図: 出力 $r(t)$ (細線) とそのエンベロープ (太線). 以下 $\xi = 6\pi/2, 9\pi/2, 12\pi/2$.

最初の数値実験例では, 表 1 の例 1 の行の通りに, 合計 $K = 5$ 個の (c_k, P_k) を設定する. $\xi = 3\pi/2$ と取った場合の入力 $s(t)$ と出力 $r(t)$ を図 6 左右に描いた. 図 6 右の細線で描いた出力 $r(t)$ は, 入力波形と相似な波形が時間遅れを伴って現れるので, パラメーター (c_k, P_k) の推定ができる. モルレは出力のエンベロープ (太線) の極大値で, 時間遅れ c_k を推定する方法を提案している. 時間遅れ位置での出力値 $r(c_k)$ と $t = 0$ での入力値 $s(0)$ の比 $r(c_k)/s(0)$ が P_k の推定値である. 表 1 の例 1 の推定値は, 設定したパラメーターと十分な精度で一致している. この例 1 では, 時間遅れ c_k の間隔が入力 $s(t)$ の時間窓の幅 $\sigma/\sqrt{2}$ と比べてちょうど良いので, システム同定がうまくできたのである.

次に, 表 1 の数値実験例 2 は, 時間遅れ c_k の値を例 1 の $1/2$ にしたシステムである. 例 1 の $1/2$ の時間で, 例 1 と同じイベント (反射波が帰ってくる) をこなすシステム¹³である. $\xi = 3\pi/2, 6\pi/2, 9\pi/2, 12\pi/2$ と取ったガボール関数の実部 $\Re g_1^{(0, \xi)}(t)$ を入力したときの出力波形 $r(t)$ とそのエンベロープを図 7 に描いた. 一番上の図は, 例 1 と同じ入力波形 ($\xi = 3\pi/2$) を用いた場合であり, 出力波形のエンベロープの極大

¹³このシステムの解析には, 例 1 のシステムより, 2 倍高い周波数成分まで必要であると思われる.

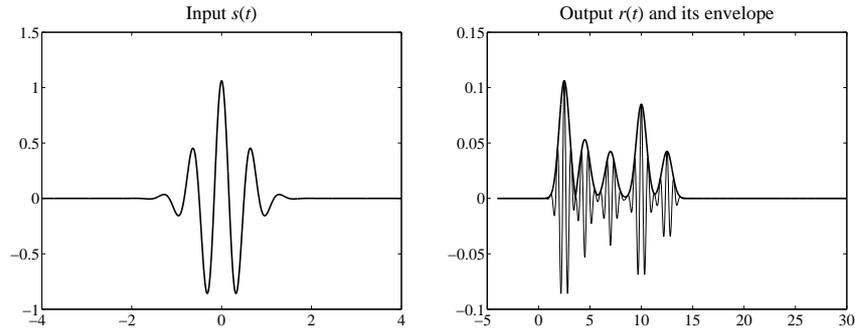


図 8: 時不変線形システム例 2, 左: 例 1 と同じ形で時間軸方向に $1/2$ に圧縮した波形を入力する (時間窓のエネルギーを一定にするため縦方向に $\sqrt{2}$ 倍する). 右: 出力波形.

値は 3 箇所である. 推定したパラメータは, 表 1 の例 2 推定 1 の欄にある 3 個であり, 正しく推定できていない. 図 7 の 2 段目および 4 段目では, 出力のエンベロープは 5 個の極大値を持つ. 3 段目は 4 個の極大値である. エンベロープの極大値からパラメータを推定すると, 表 1 の例 2 の推定 2, 3, 4 の行が得られる. どの入力波形を用いてもパラメータ推定の誤差が大きいことが分かる. この例 2 でシステム同定ができなかった理由は, 時間遅れ c_k の間隔と入力 $s(t)$ の時間窓の幅 $\sigma/\sqrt{2}$ を比べたとき時間窓の幅が大きすぎるためである.

例 1 と例 2 の違いは, 例 2 の出力波形の時間軸が例 1 の出力波形の時間軸より 2 倍圧縮されているだけである. したがって, 例 2 の入力を例 1 の入力と同じ形で時間軸方向に 2 倍圧縮された波形を使えば, パラメータ推定はうまくできるはずである. 例 1 の入力波形であるガボール関数 $g_1^{(0,3\pi/2)}(t)$ の実部を, 時間窓の幅を半分に ($\sigma = 1/2$), 周波数窓の中心 ξ を 2 倍の 3π にしたガボール関数 $g_{1/2}^{(0,3\pi)}(t)$ の実部に取り替える. このとき, 入力波形は図 8 左図になり, 出力波形は右図になる. これらの図は, 例 1 の図 6 の時間軸を半分に圧縮し高さを $\sqrt{2}$ 倍した図と同じである. このように形が一定の波形を使う解析がウェーブレット解析である. この入出力を使ったパラメータ同定の結果を表 1 の例 2 推定 5 にのせる. この推定は精確である.

4.3 反射法による地層の断面図

出力波形のエンベロープの極大値を取る時間が, 物性境界までの地震波の伝播速度で測った時間 (距離) に相当する. そこで, 各層は水平で穏やかに変化していると仮定して, 地表面に受震器を並べて出力波形を観察すると, 図 9 を得る. 物性境界である黒丸を横線で滑らかにつないでいけば, 地層の断面図が得られる.

実際の反射法では, 地面全体に平面波を入力することは不可能なので, 地面の 1 箇所をたたか爆発させるかして, 地震波を入力する. こうすると, 1 点から放射状に広がる地震波が物性境界に鉛直方向でなく斜めに入射され反射される¹⁴. 物性境界を透過する地震波も斜め入射なので媒体の伝播速度の違いにより屈折するので, 非常に複雑である.

¹⁴入射角と反射角は同じ.

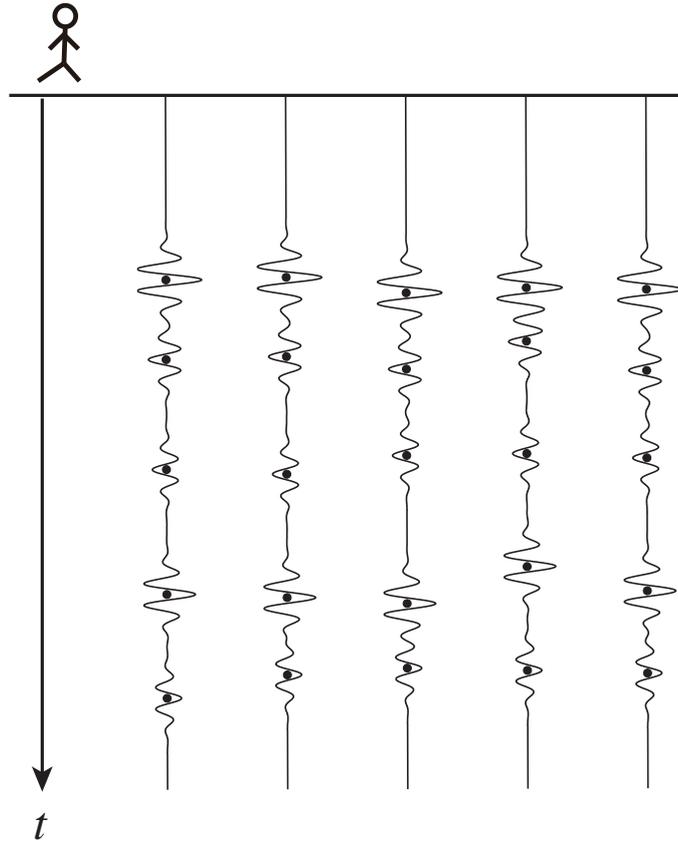


図 9: 受震器を並べて観測した, 出力波形とエンベロープの極大値を取る座標 (黒丸). 対応する黒丸を横線で滑らかにつなげば, 地層の断面図が得られる.

地震探査方法は, 表面の一部の情報しか得られない状態で, 内部構造を探ろうというかなり無茶な逆問題である.

5 ウェーブレット解析

ガボール関数 (10) は, 時刻 b および周波数 ξ のパラメーターを動かしたときに関数の形が変わる (図 4 参照). モルレは, 反射法のシステム同定をガボール関数を用いて行うのには無理があることに気づき, 形が一定の波形を持つ関数たちをテスト関数に用いた時間周波数解析を考案した. これがウェーブレット解析である.

時間シフト作用素 T_b , モジュレーション作用素 M_ξ , ダイレクション作用素 D_a を

$$T_b f(t) = f(t - b), \quad M_\xi f(t) = e^{it\xi} f(t), \quad D_a f(t) = |a|^{-1/2} f(a^{-1}t),$$

で定義すると, これらは $L^2(\mathbb{R})$ 上のユニタリ作用素になる. ただし, パラメーターは $b, \xi, a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ である.

窓関数 $\psi(t)$ が条件

$$\widehat{\psi}(0) = \int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$$

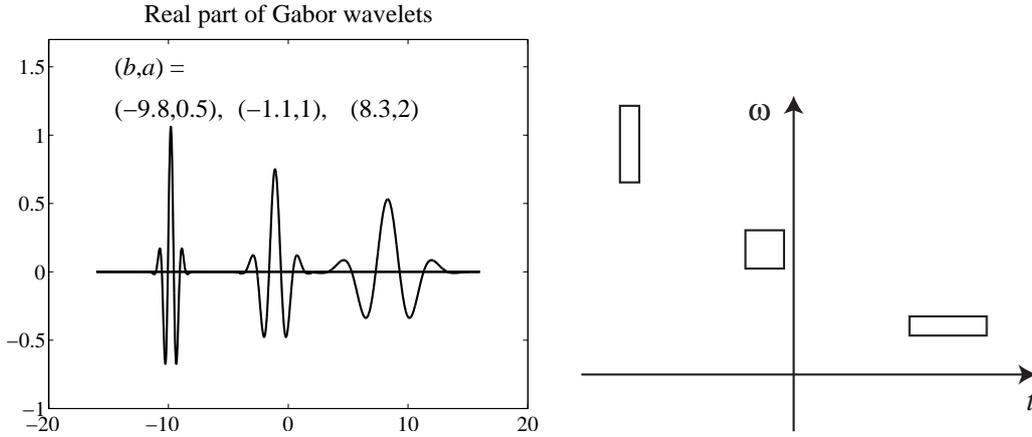


図 10: 左図: 3 個のガボール・ウェーブレット関数族の実部 ($\xi = \pi$), 右図: それらの時間周波数窓.

を満たすときウェーブレット関数¹⁵と呼ぶ. パラメーター $b, a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ に対して,

$$\psi^{(b,a)}(t) = T_b D_a \psi(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (16)$$

なるウェーブレット関数族を考えよう. a をダイレーションまたはスケールパラメーター呼び, b を時刻または平行移動パラメーターと呼ぶ. モルレは, $\psi(t)$ としてガボール関数

$$\psi(t) = g_1^{(0,\xi)}(t) = (\pi)^{-1/4} e^{i\xi t} e^{-t^2/2}$$

を選んだ. ここで, ξ は周波数解像度に関するパラメーターであり固定する. この関数は (複素) モルレ・ウェーブレットあるいはガボール・ウェーブレットと呼ばれている. $\xi = \pi$ と取ったガボール・ウェーブレット関数族 $\psi^{(b,a)}(t)$, $(b,a) = (-9.8, 0.5), (-1.1, 1), (8.3, 2)$ の実部を図 10 左に描いた.

$\psi^{(b,a)}(t)$ の時間周波数窓は,

$$\begin{aligned} & \left[b + ac[\psi] - |a|\Delta[\psi], b + ac[\psi] + |a|\Delta[\psi] \right] \times \\ & \left[c[\hat{\psi}]/a - \Delta[\hat{\psi}]/|a|, c[\hat{\psi}]/a + \Delta[\hat{\psi}]/|a| \right] \end{aligned} \quad (17)$$

である. 図 10 右に, 左図に描いた 3 個のガボール・ウェーブレット関数族の時間周波数窓を描いた. ガボール関数族の時間周波数窓 (11) が常に同じ形の長方形であったことと異なり, ウェーブレット関数族の時間周波数窓 (17) はダイレーションパラメーター $|a|$ に応じて変化する. ダイレーションパラメーター $|a|$ が大きいときは, 周波数窓の中心 $c[\hat{\psi}]/a$ が低い周波数になり, 時間窓が広がり周波数窓が狭まる. この時間周波数窓の変化は低周波数の現象を捉えるために都合がよい. 逆に, ダイレーションパラメーター $|a|$ が小さいときは, 周波数窓の中心 $c[\hat{\psi}]/a$ が高い周波数になり, 時間窓が狭まり周波数窓が広がる. この時間周波数窓の変化は高周波数の現象を時間軸上で正確に捉えるために都合がよい.

信号 $f(t)$ とウェーブレット関数族 $\psi^{(b,a)}(t)$ の内積

$$W_\psi[f](b,a) = \langle f, T_b D_a \psi \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t) |a|^{-1/2} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (18)$$

¹⁵正確には, 定理 3 の条件 (19) を満たす窓関数をウェーブレット関数と呼ぶ.

を連続ウェーブレット変換と呼ぶ。このとき次の反転公式が成り立つ [3, 2.4 節] .

定理 3. 窓関数 $\psi(t)$ が条件

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (19)$$

を満たすならば, 逆連続ウェーブレット変換

$$f(s) = C_\psi^{-1} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} W_\psi[f](b, a) \psi^{(b,a)}(s) \frac{dad b}{a^2}$$

が成立する .

連続ウェーブレット変換に用いるパラメーターが, スケール a と時刻 b なので, ウェーブレット関数族を用いた解析は, 時間スケール解析と呼ばれる . ダイレーションパラメーター a と平行移動パラメーター b を離散化する場合には, 図 10 右図にあるウェーブレット関数族の時間周波数窓が全時間周波数平面を覆うように離散化する . つまり, 正の定数 $\alpha > 0, C > 0, D > 0$ を準備して,

$$a_j = \pm C \alpha^j, \quad b_{j,k} = D a_j k, \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

と離散化するのである .

連続ウェーブレット変換は, a をとめると, 信号 $f(t)$ と $\psi^{(b,-a)}(t)$ の合成積であるので, 時不変線形システム L に対して,

$$r = L[s] \implies W_\psi[r](b, a) = L[W_\psi[s](b, a)]$$

と記述できる . つまり, 入力 $s(t)$ の連続ウェーブレット変換をシステムに入力すれば, 出力 $r(t)$ の連続ウェーブレット変換が出力される . この関係を用いてシステム同定がおこなえる [5, 6] .

参考文献

- [1] T. W. ケルナー著, 高橋 陽一郎訳, フーリエ解析大全 (上・下), 朝倉書店, 1996.
- [2] L. コーエン著, 吉川昭・佐藤俊輔訳, 時間 - 周波数解析, 朝倉出版, 1998.
- [3] I. ドブシー著, 山田道夫・佐々木文夫訳, ウェーブレット 10 講, シュプリンガー・ジャパン, 2003.
- [4] B. B. ハバード著, 山田道夫・西野操訳, ウェーブレット入門 - 数学的道具の物語 -, 朝倉書店, 2003.
- [5] 芦野隆一・萬代武史・守本晃, ウェーブレット解析のシステム同定への応用, 応用数理, 17(1), 2-13, 2007.
- [6] R. ASHINO, T. MANDAI, AND A. MORIMOTO, *System identification based on distribution theory and wavelet transform*, Appl. Anal., Vol. 84, No. 2 (2005), 165-195.
- [7] D. GABOR, *Theory of communication*, J. Inst. Electr. Engineering, London, **93** (26), 429-457, 1946.
- [8] P. GOUPILLAUD, A. GROSSMANN, AND J. MORLET, *Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis*, Geoexploration, **23** (1), 85-102, 1984.

- [9] K. GRÖCHENIG, *Foundations of time-frequency analysis*, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 2001.
- [10] A. GROSSMANN AND J. MORLET, *Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape*, SIAM J. of Math. Anal., **15** (4), 723–736, 1984.
- [11] S. MALLAT, *A wavelet tour of signal processing*, Second ed., Academic Press, New York, NY, 1999.
- [12] J. MORLET, G. ARENS, E. FOURGEAU, AND D. GIARD, *Wave propagation and sampling theory - Part I: Complex signal and scattering in multilayered media*, Geophysics, **47**(2), 203–221, 1982.
- [13] J. MORLET, G. ARENS, E. FOURGEAU, AND D. GIARD, *Wave propagation and sampling theory - Part II: Sampling theory and complex waves*, Geophysics, **47**(2), 222–236, 1982.
- [14] J. VILLE, *Theorie et applications de la notion de signal analytique*, Cables et Transmission, **2A**, 61–74, 1948.

* 在庫雑誌の案内

協会事務の部屋が海外からの雑誌で手狭になってきています。そこで希望の会員または所属する大学等に、**無償**でお分けすることにしていきます。会報 NO.67 では送られてきている雑誌全部の表題をお知らせしましたが、今回はその一部を掲載いたします。ご希望がありましたら、pbls@jams.jp にご連絡下さい。**送料は負担**でお送りいたします。なお、会員個人でも結構です。皆様方のご協力をお願い致します。

雑誌(b)

1. Acta scientiarum mathematicarum
2. Numerical mathematics A journal of Chinese universities
3. University of istanbull faculty of science the journal of mathematics, physics and Astronomy
4. Academie serbe des sciences et des arts bulletin T.CXXXI—sciences mathematique
5. Glasnik matematica
6. Annali dell'universita di ferrara nuova serie scienze matematiche
7. Divulgaciones matematicas
8. Dirasat engineering sciences
9. Tamkang journal of mathematics
- 10 .Annals de L'institute Fourier
- 11 .Bollettino della unione matematica italiana sezione (A, B)

雑誌(c)

1. Annales universitatis scientiarum budapestinesis de Rolando eotvos nominatae
2. Bulletin mathematique de la societe des sciences mathematiques de roumanie
3. Ion beam science solved and unsolved
4. Annals of the university of Craiova mathematics and computer science series
5. Mathematicae notae
6. Statistica sinica
7. IBM journal of research and development
8. Analele stintifice ale universitatii Alexandru ioan cuza din iasi (serie noua) matematica
9. Scientific annals of computer science
10. Atti della academia nazionale dei lince rendiconti lincei scienze fisiche e naturali
11. Tohoku Mathematical Journal 東北数学雑誌

* 機関会員募集

機関会員の特典としては

(1)本屋より SCMJ を購入すると、print 版 45,000 円ですが、機関会員になると、print 版 33,000 円で **online も見ることができます。**

(2)会員でない 2 名の方を準会員（会費不要）として登録することができます。これにより、page charge（別刷代金）が会員と同じ扱いになります。

(3)上の準会員 2 名は online で SCMJ を見る事ができます。

(4) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。大学、研究所等が協会から SCMJ 誌の直接購入すると、今年から online も無料で見るようになるようになりました。機関会員の申込用紙です。適当にお使い下さい。

上にも書きましたように、2006 年より発効の機関会員制度により各機関会員に所属の研究者 2 名を会費無料で準会員として登録しますと、準会員が SCMJ に accept された論文を掲載するときの page charge（別刷代金）は会員と同額とすることにしました。

この新しい制度の機関会員の P.R. を、日本国内外（BRICS 諸国など）400 大学に向けて、昨年 1 月から始めています。同時に今迄の SCMJ 投稿者で会員でない方、また、個人会員および（機関会員の）準会員加入の P.R. も始めています。

*** Application for Academic and Institutional Member of ISMS**

Subscription of SCMJ	<input type="checkbox"/> Print + Online (¥33,000, US\$300)
University (Institution)	
Department	
Postal Address where SCMJ should be sent.	
E-mail address	
Person in charge	Name: Signature:
Payment Check one of the two.	<input type="checkbox"/> Bank transfer <input type="checkbox"/> Credit Card (Visa, Master)
Name of Associate Members	1.
	2.

正会員の特典としては(1)onlineでSCMJをみる事が出来ます。(2)論文の掲載時にpage charge(別刷代金)が随分と安くなる。

(3) Netを用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。6,000円を支払うと、hard-copyのSCMJが一年を通じて手に入ります。

(4) 10年間個人会員を続けると、国内会員は70,000円、外国会員はUS\$600、途上会員はUS\$500を支払うと生涯会員となれます。

2008年度からの会費

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度A会員	¥9,000	US\$75, €60	US\$117, €93
3年A会員	¥24,000	US\$200, €160	US\$117, €93
単年度S会員	¥5,000	US\$40, €32	US\$27, €21
3年S会員	¥12,000	US\$100, €80	US\$71, €57
生涯会員	¥90,000	US\$740, €592	US\$616, €493

日本語が出来る方の入会の申込用紙です。また、英語版も書いて頂くこととなります。近くNet上で申し込み可能となるようにしますので、入会しようとする方はそれをご利用下さい。

* 正会員申込用紙

正会員入会申込書

氏名				英語名		
次の2つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。						
所属先 住所	〒					
住所	〒					
専門分野	表 f*より選んで○で囲って下さい f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14					
E-mail address				電話番号		
				Fax 番号		
会員区分 該当部分にチェ ック	<input type="checkbox"/> A1 一般1年 <input type="checkbox"/> A3 一般3年 <input type="checkbox"/> S-A1 高齢者又は学生1年 <input type="checkbox"/> S-A3 高齢者又は学生3年 <input type="checkbox"/> 生涯会員					
所属先の 施設	<input type="checkbox"/> ビデオ会議可能 <input type="checkbox"/> 遠隔会議可能 <input type="checkbox"/> コンピューターセンター					
所属先の 通信システム	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP					
所属大学等が 機関会員	<input type="checkbox"/> 会員である <input type="checkbox"/> 会員でない					
SCMJのプリント版の購入						
<input type="checkbox"/> 希望 1年に付き 1年会員 9,000円、3年会員 8,000円**				<input type="checkbox"/> 希望しない		
高齢会員を申し 込む場合	生年月日			学生会員の場合は在学証を添付		
日付						
私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することもしません。				署名		

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、3年間一括の場合は24,000円です。この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

Application form for an individual member of ISMS

Family Name		First & Middle Name	
Check one of the following addresses to which "Notices from the ISMS" should be sent.			
Address of your institution (university)	<input type="checkbox"/>		
Home address	<input type="checkbox"/>		
Special fields*	f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14		
E-mail address		Tel.	
		Fax	
Membership category** (Circle one)	A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL		
Check the facilities your institution has.	Conference room(s) for video conference Computer center		
Communication system of your institution	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP		
Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?	<input type="checkbox"/> Yes <input type="checkbox"/> No		
I subscribe to the printed version of SCMJ.	<input type="checkbox"/> ¥6,000 (US\$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1, D1 and SD1. <input type="checkbox"/> ¥5,500 (US\$55, €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL. <input type="checkbox"/> In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US\$150, €120).		
For the aged member, write your birth year.		For the student member, student registration certificate should be attached.	
Date of Application			
I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of <i>Scientiae Mathematicae Japonicae</i> received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.			
Signature			

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

**Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

ISMS (JAMSの継続) 会員募集

ISMS の出版物：ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.) と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、“21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ)”として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700～1200 頁を出版しています。全体として 230 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)～7)です。

- 1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
- 2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
- 3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
- 4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
- 5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
- 6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間 0 で発行されます。
- 7) Mathematical Review, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。(本誌 45 号 3p 及び Notices March 2006 9p を御参照下さい)

ISMS の学術賞：会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。(詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい)

< ISMS の会員の特典 > 1 . SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。2 . SCMJ print 版の少額での購読 (下表 1)。3 . Page charge(別刷代金)の discount (下表 2)。

< 機関購読会員の特典 > 1 . 機関内の 2 名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。2 . 準会員は会員と同じ page charge(別刷代金)の discount を受けることが出来る。

表 1
【雑誌購読費】

	正会員 (1 年)	正会員 (3 年)	機関会員	定価
Print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500* US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320
Online	Free	Free		
Online+print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500 US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320

* 3 年会員のみ、雑誌購読費 3 年前分払いの場合は ¥ 15,000 になります。

著者の方には、SCMJ を 1 冊送料込みで 1,200 円または US \$ 12 で購入できます。

表 2
【ページチャージ】

	ISMS members	Non-members
p	¥ 3,500 (US\$35, € 23)	¥ 4,000 (US\$40, €27)
Tex	¥ 2,000 (US\$20, € 14)	¥ 2,500 (US\$25, €17)
LateX2e, LaTeX	¥ 700 (US\$ 7, € 4)	¥ 1,000 (US\$10, € 7)
Js (ISMS style file)	¥ 500 (US\$ 5, € 3)	¥ 800 (US\$ 8, € 5)

別刷作成について、次の費用の分担をお願いします。原稿の組版についての連絡費、抜刷送料等の事務処理として、一編について ¥ 1,000、及び上表の各原稿の種類による組版費を請求させていただきます。

(2008 年 Vol.67 から実施)

表 3
【2008 年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	¥9,000	US\$ 75, €60	US\$ 45, €36
3 年 A 会員	¥24,000	US\$ 200, €160	US\$ 117, €93
単年度 S 会員	¥5,000	US\$ 40, €32	US\$ 27, €21
3 年 S 会員	¥12,000	US\$ 100, €80	US\$ 71, €57
生涯会員**	¥90,000	US\$ 740, €592	US\$ 616, €493

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。

A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員(70 歳以上)を指します。

国際数理科学協会

International Society for Mathematical Sciences

〒590-0075 堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内

Tel: (072)222-1850 / Fax: (072)222-7987

URL: <http://www.jams.or.jp>