# 国際数理科学協会会報

No.69/ 2010. 5　　　編集委員: 藤井正俊(委員長)、藤井淳一

目次



**＊ 寄稿**

## 三角不等式についての最近の結果とその応用

**斎藤吉助 (新潟大学理学部)**
**三谷健一 (新潟工科大学工学部)**

## 1 序文

三角不等式はバナッハ空間において基本的かつ重要な不等式の一つである. $X$ をバナッハ空間（ノルム空間でよい）とするとき、$X$ の任意の元 $x, y$ に対して、

$$\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

がノルムの定義の条件の１つであるこの不等式を三角不等式という。最も数学の中で単純な不等式で、これ以上何もできないように思えるが、この不等式の精密化と一般化により、最近多くの論文が登場してきている。この寄稿では、この三角不等式についての最近のそれらの結果の紹介とその不等式の応用についての結果を中心に纏めることにする。

最近、加藤ー斎藤ー田村は [15] でバナッハ空間の幾何学的構造を特徴づけるために、証明した補助定理を [14] で発表したものが次の定理である。それはバナッハ空間の $n$ 個の元に対する三角不等式の精密化になっている。

**定理 1 ([14]).** $X$ をバナッハ空間とする. $X$ の 0 でない元 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して,

$$\begin{aligned} &\left\|\sum_{j=1}^n x_j\right\| + \left(n - \left\|\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right) \min_{1\leq j\leq n} \|x_j\| \\ &\leq \sum_{j=1}^n \|x_j\| \end{aligned}$$

$$\leq \left\| \sum_{j=1}^{n} x_j \right\| + \left( n - \left\| \sum_{j=1}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|} \right\| \right) \max_{1 \leq j \leq n} \|x_j\|.$$

特に、$n = 2$ のとき、次の形になる。

**定理 2.** $X$ をバナッハ空間とする. $\|x\| \geq \|y\|$ なる $X$ の $0$ でない元 $x, y$ に対して,

$$\begin{aligned} & \|x + y\| + \left( 2 - \left\| \frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} \right\| \right) \|y\| \\ & \leq \|x\| + \|y\| && (1) \\ & \leq \|x + y\| + \left( 2 - \left\| \frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} \right\| \right) \|x\|. && (2) \end{aligned}$$

上の定理 2 の第 1 不等式は、Hudzik-Landes [12] によって示されている。また、定理 2 は独自に Maligranda [16] によっても示されている。この不等式はバナッハ空間の幾何学的な概念を証明するのに有効な不等式であることが第 5 節で示す。また、Dunkl-Williams 不等式と定理 2 の第 2 不等式は関連しており、その一般化が示される (cf.[16])。

さらに、三谷ー斎藤ー加藤ー田村 [21] において, 定理 1 で与えられた精密化した不等式を更なる精密化を行った。

**定理 3 ([21]).** $X$ をバナッハ空間とする. $n \geq 2$ とする. $\|x_1\| \geq \|x_2\| \geq \cdots \geq \|x_n\| > 0$ なる $X$ の元 $x_1, \cdots, x_n$ に対して,

$$\begin{aligned} & \left\| \sum_{j=1}^{n} x_j \right\| + \sum_{k=2}^{n} \left( k - \left\| \sum_{j=1}^{k} \frac{x_j}{\|x_j\|} \right\| \right) (\|x_k\| - \|x_{k+1}\|) \\ & \leq \sum_{j=1}^{n} \|x_j\| && (3) \\ & \leq \left\| \sum_{j=1}^{n} x_j \right\| - \sum_{k=2}^{n} \left( k - \left\| \sum_{j=n-(k-1)}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|} \right\| \right) \left( \|x_{n-k}\| - \|x_{n-(k-1)}\| \right), && (4) \end{aligned}$$

ここで, $x_0 = x_{n+1} = 0$.

また, 最近, 三谷ー斎藤 [22] によって、上記の定理のより簡単な証明を行い、狭義凸なバナッハ空間において精密化された 3 角不等式の等号条件を求めている。

この寄稿では, 上記で述べた精密化した三角不等式についての最近の結果を述べるとともに、特に, $\|x_1\| > \|x_2\| > \cdots > \|x_n\| > 0$ の場合に定理 3 の第 1 不等式と第 2 不等式のそれぞれの等号条件を与える。更に、Dunkl-Williams 不等式との関係や、精密化された三角不等式の応用として、バナッハ空間の幾何学的性質の特徴づけを考察する。

## 2　三角不等式の精密化の証明

本章では, 定理 3 を考察し, 証明の概略を与える. 初めに $n=2$ のときを考える.

**定理 4.** バナッハ空間 $X$ 上の $\|x\| > \|y\|$ をみたす 0 でない元 $x, y$ に対して次が成り立つ:

$$\|x+y\| + \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)\|y\|$$

$$\leq \|x\| + \|y\| \tag{5}$$

$$\leq \|x+y\| + \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)\|x\|. \tag{6}$$

**証明.** 初めに不等式 (5) を示す. $\|x\| > \|y\|$ とする. また,

$$u = (\|x\| - \|y\|)\frac{x}{\|x\|}$$

とおく. このとき

$$x + y = \|y\|\left(\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right) + u$$

より

$$\begin{aligned} \|x+y\| &\leq \|y\|\left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\| + \|u\| \\ &= \|x\| + \|y\| - \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)\|y\|. \end{aligned}$$

次に不等式 (6) を示す. $\|x\| > \|y\|$ とする.

$$p = (\|x\| - \|y\|)\frac{y}{\|y\|}$$

とおく.

$$x + y = \|x\|\left(\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right) - p.$$

より

$$\begin{aligned} \|x+y\| &\geq \|x\|\left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\| - \|p\| \\ &= \|x\| + \|y\| - \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)\|x\|. \end{aligned}$$

□

次に $n=3$ のときを考える.

**定理 5 ([21]).** バナッハ空間 $X$ 上の $\|x\| > \|y\| > \|z\|$ をみたす $0$ でない元 $x, y, z$ に対して次が成り立つ:

$$\begin{aligned}
&\|x+y+z\| + \left(3 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right\|\right)\|z\| \\
&\quad + \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)(\|y\| - \|z\|) \\
&\leq \|x\| + \|y\| + \|z\| \qquad (7) \\
&\leq \|x+y+z\| + \left(3 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right\|\right)\|x\| \qquad (8) \\
&\quad - \left(2 - \left\|\frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right\|\right)(\|x\| - \|y\|).
\end{aligned}$$

**証明.** 初めに不等式 (7) を示す. $\|x\| > \|y\| > \|z\|$ とする. また,

$$u = (\|x\| - \|z\|)\frac{x}{\|x\|}, \quad v = (\|y\| - \|z\|)\frac{y}{\|y\|}$$

とおく. このとき

$$x + y + z = \|z\|\left(\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right) + u + v$$

に注意. $v \neq 0$ より,

$$\begin{aligned}
\|x+y+z\| &\leq \|z\|\left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right\| + \|u\| + \|v\| \\
&\quad - \left(2 - \left\|\frac{u}{\|u\|} + \frac{v}{\|v\|}\right\|\right)\|v\| \\
&= \|x\| + \|y\| + \|z\| - \left(3 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} + \frac{z}{\|z\|}\right\|\right)\|z\| \\
&\quad - \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right)(\|y\| - \|z\|).
\end{aligned}$$

従って不等式 (7) を得る. 同様に不等式 (8) を示すことができる. □

一般に $n$ 個の元に対しても, 帰納法により証明できる.

**定理 6 ([21]).** $X$ をバナッハ空間とする. $n \geq 2$ とする. $\|x_1\| > \|x_2\| > \cdots > \|x_n\| > 0$ なる $X$ の元 $x_1, \cdots, x_n$ に対して,

$$\left\|\sum_{j=1}^{n} x_j\right\| + \sum_{k=2}^{n}\left(k - \left\|\sum_{j=1}^{k}\frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right)(\|x_k\| - \|x_{k+1}\|)$$

$$\leq \sum_{j=1}^{n} \|x_j\| \tag{9}$$

$$\leq \left\|\sum_{j=1}^{n} x_j\right\| - \sum_{k=2}^{n} \left(k - \left\|\sum_{j=n-(k-1)}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right) \left(\|x_{n-k}\| - \|x_{n-(k-1)}\|\right), \tag{10}$$

ここで, $x_0 = x_{n+1} = 0$.

この定理を使って極限操作により定理 3 を証明することができる. 実際, $x_1, x_2, \cdots, x_n$ を $\|x_1\| \geq \cdots \geq \|x_n\| > 0$ を満たす $X$ の元とする. 任意の $m$ に対し,

$$x_{k,m} = \left(1 - \frac{k}{m}\right) x_k, \quad k = 1, 2, \cdots, n$$

とおく. このとき $\|x_{1,m}\| > \|x_{2,m}\| > \cdots > \|x_{n,m}\| > 0$ に注意する. 定理 6 に $x_{1,m}, \cdots, x_{n,m}$ を適用し, さらに $m \to +\infty$ により, 定理 3 の不等式を得ることができる.

## 3 精密化した三角不等式の等号条件

バナッハ空間 $X$ に対して, 単位球面及び閉単位球をそれぞれ $S_X = \{x \in X : \|x\| = 1\}$, $B_X = \{x \in X : \|x\| \leq 1\}$ とおく. バナッハ空間 $X$ が狭義凸であるとは, 任意の $x \neq y$ なる $x, y \in S_X$ に対して $\|x + y\| < 2$ である時を言う.

先ず、$n$ 個の零でないベクトルに対しての三角不等式の等号条件は、Fisher-Muszely の定理 ([1, 2]) として知られている。

**定理 7.** $X$ をノルム空間とする。$x_1, x_2, \cdots, x_n$ を $X$ のゼロでない元とするとき、

$$\|\sum_{k=1}^{n} x_k\| = \sum_{k=1}^{n} \|x_k\|$$

が成立することと、任意の正の実数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ に対して

$$\|\sum_{k=1}^{n} a_k x_k\| = \sum_{k=1}^{n} a_k \|x_k\|$$

が成り立つことは同値である。

**定理 8.** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする。$x_1, x_2, \cdots, x_n$ を $X$ のゼロでない元とするとき、

$$\|\sum_{k=1}^{n} x_k\| = \sum_{k=1}^{n} \|x_k\|$$

が成り立つことと、

$$\frac{x_1}{\|x_1\|} = \frac{x_2}{\|x_2\|} = \cdots = \frac{x_n}{\|x_n\|}$$

が成り立つことは同値である。

狭義凸バナッハ空間において、精密化した三角不等式の等号条件はどうなるであろうか？これについては、論文 [14] において考察している。

**定理 9 ([14]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする． $x_1, x_2, \cdots, x_n$ を $0$ でない $X$ の元とする．また, $\|x_{j_0}\| = \min\{\|x_j\| : 1 \leq j \leq n\}$, $\|x_{j_1}\| = \max\{\|x_j\| : 1 \leq j \leq n\}$, $J_0 = \{j : \|x_j\| = \|x_{j_0}\|, 1 \leq j \leq n\}$ とする．このとき

$$\left\|\sum_{j=1}^n x_j\right\| + \left(n - \left\|\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right) \min_{1\leq j\leq n} \|x_j\| = \sum_{j=1}^n \|x_j\|$$

が成立するための同値条件は，次の $(a), (b)$ のいずれかを満たすことである:

$(a)$ $\|x_1\| = \|x_2\| = \cdots = \|x_n\|$,

$(b)$ $\frac{x_j}{\|x_j\|} = \frac{x_{j_1}}{\|x_{j_1}\|}$ $(\forall j \in J_0^c)$, $\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\|x_j\|} = \|\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\|x_j\|}\| \frac{x_{j_1}}{\|x_{j_1}\|}$.

**定理 10 ([14]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする． $x_1, x_2, \cdots, x_n$ を *0* でない $X$ の元とする． $\|x_{j_0}\| = \min\{\|x_j\| : 1 \leq j \leq n\}$, $\|x_{j_1}\| = \max\{\|x_j\| : 1 \leq j \leq n\}$ とする． また, $J_1 = \{j : \|x_j\| = \|x_{j_1}\|, 1 \leq j \leq n\}$. このとき

$$\sum_{j=1}^n \|x_j\| = \left\|\sum_{j=1}^n x_j\right\| + \left(n - \left\|\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right) \max_{1\leq j\leq n} \|x_j\|$$

が成立するための同値条件は, 次の $(a), (b)$ のいずれかを満たすことである.

$(a)$ $\|x_1\| = \|x_2\| = \cdots = \|x_n\|$,

$(b)$ $\frac{x_j}{\|x_j\|} = \frac{x_{j_0}}{\|x_{j_0}\|}$ $(\forall j \in J_1^c)$, $\sum_{j=1}^n x_j = \|\sum_{j=1}^n x_j\| \frac{x_{j_0}}{\|x_{j_0}\|}$.

定理 3 における不等式の等号条件を考える．$n = 2$ のとき,

**定理 11 ([14, 22]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする． $x, y$ を $\|x\| > \|y\|$ を満たす $0$ でない $X$ の元とする． このとき,

$$\|x + y\| + \left(2 - \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\|\right) \|y\| = \|x\| + \|y\|$$

が成立するための同値条件は, $0 < \alpha < 1$ かつ $y = \pm\alpha x$ なる $\alpha$ を満たすことである.

**証明.** 上の不等式の等号が成立すると仮定する．狭義凸性を用いると,

$$\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} = \left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\| \frac{x}{\|x\|}.$$

が成り立つ．そこで

$$\alpha = \left(\left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\| - 1\right) \frac{\|y\|}{\|x\|}$$

とおくと, $y = \alpha x$ かつ $0 < |\alpha| < 1$. 逆は明らか. □

$n=3$ のとき,

**定理 12 ([22]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする. $x,y,z$ を $\|x\|>\|y\|>\|z\|$ を満たす 0 でない $X$ の元とする. このとき,

$$\|x+y+z\|+\left(3-\left\|\frac{x}{\|x\|}+\frac{y}{\|y\|}+\frac{z}{\|z\|}\right\|\right)\|z\|+\left(2-\left\|\frac{x}{\|x\|}+\frac{y}{\|y\|}\right\|\right)(\|y\|-\|z\|)$$
$$=\|x\|+\|y\|+\|z\|$$

が成立するための同値条件は, $0<\beta<\alpha<1$ なる $\alpha,\beta$ が存在し, 次のいずれかをみたすことである：

$(a)$ $y=\alpha x,\ z=\pm\beta x,$

$(b)$ $y=-\alpha x,\ z=\beta x.$

一般の $n$ に対しての等号条件を与える. 各 $m$ に対し $I_m=\{1,2,\cdots,m\}$ とおく. $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n$ と $1\le m\le n$ に対して,

$$I_m^+(\alpha)=\{k\in I_m:\alpha_k>0\}$$

$$I_m^-(\alpha)=\{k\in I_m:\alpha_k<0\}$$

と定義する. また有限集合 $A$ に対してその個数を $|A|$ とする. このとき,

**定理 13 ([22]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする. $x_1,x_2,\cdots,x_n$ を $\|x_1\|>\|x_2\|>\cdots>\|x_n\|$ を満たす 0 でない元とする. このとき,

$$\left\|\sum_{j=1}^n x_j\right\|+\sum_{k=2}^n\left(k-\left\|\sum_{j=1}^k\frac{x_j}{\|x_j\|}\right\|\right)(\|x_k\|-\|x_{k+1}\|)=\sum_{j=1}^n\|x_j\|$$

が成立するための同値条件は, $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n$ が存在し, 次を満たすことである:

$(a)$ $1=\alpha_1>|\alpha_2|>|\alpha_3|>\cdots>|\alpha_n|,$

$(b)$ $x_m=\alpha_m x_1\quad(1\le m\le n),$

$(c)$ $|I_m^+(\alpha)|\ge|I_m^-(\alpha)|\quad(1\le m\le n).$

さらに, 逆不等式の等号条件を考える. $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n$ と, $2\le m\le n-1$ なる $m$ に対して $J_m=\{n-(m-1),\cdots,n-1,n\}$, $J_m^+(\alpha)=\{j\in J_m:\alpha_j>0\}$, $J_m^-(\alpha)=\{j\in J_m:\alpha_j<0\}$ と定義する. このとき,

**定理 14 ([22]).** $X$ を狭義凸バナッハ空間とする．$x_1, x_2, \cdots, x_n$ を $\|x_1\| > \|x_2\| > \cdots > \|x_n\|$ を満たす 0 でない元とする． このとき，

$$\sum_{j=1}^{n} \|x_j\| = \left\| \sum_{j=1}^{n} x_j \right\| - \sum_{k=2}^{n} \left( k - \left\| \sum_{j=n-(k-1)}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|} \right\| \right) \left( \|x_{n-k}\| - \|x_{n-(k-1)}\| \right)$$

が成立するための同値条件は，$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n$ が存在し，次を満たすことである:

$(a)$ $|\alpha_1| > |\alpha_2| > \cdots > |\alpha_{n-1}| > \alpha_n = 1$,

$(b)$ $x_m = \alpha_m x_n \quad (1 \le m \le n)$,

$(c)$ $|J_m^+(\alpha)| \ge |J_m^-(\alpha)| \quad (2 \le m \le n-1)$,

$(d)$ $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \ge 0$.

# 4 Dunkl-Williams 不等式との関係

定理 4 において、$y$ を $-y$ に置き換えると、このとき、次の不等式が成立するすることが、Maligranda[16] で指摘された。

**定理 15.** $X$ をノルム空間とする。このとき、ゼロでない $x, y \in X$ に対して、

$$||\frac{x}{||x||} - \frac{y}{||y||}|| \le \frac{||x-y|| + |||x|| - ||y|||}{\max\{||x||, ||y||\}}. \tag{11}$$

さらに、(11) の逆不等式として、

**定理 16.** $X$ をノルム空間とし、ゼロでない $x, y \in X$ に対して、

$$||\frac{x}{||x||} - \frac{y}{||y||}|| \ge \frac{||x-y|| - |||x|| - ||y|||}{\min\{||x||, ||y||\}}. \tag{12}$$

$||x-y|| + |||x|| - ||y||| \le ||x-y||$ であるので、Massera-Schaffer 不等式 [18] を得る。

**定理 17.** $X$ をノルム空間とし、ゼロでない任意のベクトル $x, y \in X$ に対して、

$$||\frac{x}{||x||} - \frac{y}{||y||}|| \le \frac{2||x-y||}{\max\{||x||, ||y||\}}. \tag{13}$$

ノルム空間 $X$ の任意のゼロでないベクトル $x, y$ に対して、

$$||x-y|| + |||x|| - ||y||| \le \sqrt{2}\sqrt{||x-y||^2 + (||x|| - ||y||)^2} \le 2||x-y||.$$

従って、この不等式から、Pečarić- R. Rajić[26] は次のように変形した。

**定理 18.** $X$ をノルム空間とし、ゼロでない任意のベクトル $x, y \in X$ に対して、

$$||\frac{x}{||x||} - \frac{y}{||y||}|| \leq \frac{\sqrt{2}\sqrt{||x-y||^2 + (||x|| - ||y||)^2}}{\max\{||x||, ||y||\}}. \tag{14}$$

この不等式を Pecaric-Radic[26] は作用素不等式に拡張した。最近その結果を斎藤ー富永 [27] や Dadipour-藤井-Moslehiam[3] によって更なる考察がなされている。バナッハ空間の $n$ 個の零でないベクトルに対しては、Pečarić–Rajić [24] によって Dunkl-Williams 不等式を研究し、$n$ 個の元における Dunkl-Williams 不等式を次のように精密化した:

**定理 19.** $X$ をバナッハ空間とする． $X$ の $0$ でない元 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して,

$$\Big\|\sum_{j=1}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|}\Big\| \leq \min_{1\leq i\leq n}\Big\{\frac{1}{\|x_i\|}\Big(\Big\|\sum_{j=1}^{n} x_j\Big\| + \sum_{j=1}^{n} |\|x_j\| - \|x_i\||\Big)\Big\},$$

$$\Big\|\sum_{j=1}^{n} \frac{x_j}{\|x_j\|}\Big\| \geq \min_{1\leq i\leq n}\Big\{\frac{1}{\|x_i\|}\Big(\Big\|\sum_{j=1}^{n} x_j\Big\| - \sum_{j=1}^{n} |\|x_j\| - \|x_i\||\Big)\Big\}.$$

更に、Dragomir[8] によるノルム環への一般化やヒルベルト $C^*$-加群への拡張も考察されている。

## 5　精密化した三角不等式の応用

本章では, 精密化した三角不等式を使うことにより, バナッハ空間の幾何学的性質の特徴付けを考察する．初めに, 狭義凸性を考える．

**定理 20 (cf. [19]).** $X$ をバナッハ空間とする．このとき, 次は同値:

(i)　$X$ は狭義凸.

(ii) $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$ なる $x, y \in X (x, y \neq 0)$ に対してある $\alpha > 0$ が存在し, $x = \alpha y$ である.

**証明.** (i) ⇒ (ii): $X$ は狭義凸であると仮定する．また $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$ と $x, y \neq 0$ とする．このとき,

$$\|x+y\| + (2 - \|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\|)\min\{\|x\|, \|y\|\} \leq \|x\| + \|y\|,$$

より

$$\left\|\frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|}\right\| = 2.$$

$X$ は狭義凸より, $\frac{x}{\|x\|} = \frac{y}{\|y\|}$. 従って, (ii) が成りたつ．(ii) ⇒ (i) は明らか. □

バナッハ空間 $X$ が一様凸であるとは, 任意の $\varepsilon > 0$ に対し, $\delta > 0$ が存在し, $x, y \in S_X$ かつ $\|x - y\| \geq \varepsilon$ ならば $\|x + y\| \leq 2(1 - \delta)$ である時を言う.

**定理 21 (cf. [19]).** *$X$ をバナッハ空間とする. このとき, 次は同値:*
(i) $X$ は一様凸.
(ii) 任意の $\{x_n\}, \{y_n\} \in S_X$ に対して, $\|x_n + y_n\| \to 2$ ならば $\|x_n - y_n\| \to 0$.
(iii) 任意の $\{x_n\}, \{y_n\} \in B_X$ に対して, $\|x_n + y_n\| \to 2$ ならば $\|x_n - y_n\| \to 0$.

**証明.** (ii) $\Rightarrow$ (iii) のみ証明する. $\|x_n + y_n\| \to 2$ なる $\{x_n\}, \{y_n\} \in S_X$ とする. $\|x_n + y_n\| \leq \|x_n\| + \|y_n\| \leq 2$ より $\|x_n\| \to 1$, $\|y_n\| \to 1$. $x_n \neq 0$, $y_n \neq 0$ と仮定してよい. このとき

$$\|x_n + y_n\| + \left(2 - \left\| \frac{x_n}{\|x_n\|} + \frac{y_n}{\|y_n\|} \right\|\right) \min\{\|x_n\|, \|y_n\|\} \leq \|x_n\| + \|y_n\| \leq 2$$

より

$$\left\| \frac{x_n}{\|x_n\|} + \frac{y_n}{\|y_n\|} \right\| \to 2.$$

仮定より

$$\left\| \frac{x_n}{\|x_n\|} - \frac{y_n}{\|y_n\|} \right\| \to 0.$$

よって,

$$\|x_n - y_n\| \leq \left\| x_n - \frac{x_n}{\|x_n\|} \right\| + \left\| \frac{x_n}{\|x_n\|} - \frac{y_n}{\|y_n\|} \right\| + \left\| \frac{y_n}{\|y_n\|} - y_n \right\|.$$

$n \to \infty$ とすると, $\|x_n - y_n\| \to 0$ を得る. □

バナッハ空間 $X$ が *uniformly nonsquare* であるとは, ある $\varepsilon > 0$ が存在し, 任意の $x, y \in S_X$ に対して $\min\{\|x + y\|, \|x - y\|\} \leq 2(1 - \varepsilon)$ であるときを言う.

**定理 22 ([14]).** *$X$ をバナッハ空間とする. このとき, 次は同値:*
(i) $X$ が *uniformly nonsquare.*
(ii) ある $\varepsilon > 0$ が存在し任意の $x, y \in B_X$ に対して $\min\{\|x + y\|, \|x - y\|\} \leq 2(1 - \varepsilon)$ である.

**証明.** (i) $\Rightarrow$ (ii) のみ証明する. (i) を仮定する. このとき, ある $\varepsilon > 0$ が存在し, 任意の $x, y \in S_X$ に対し $\min\{\|x + y\|, \|x - y\|\} \leq 2(1 - \varepsilon)$. 任意の $x, y \in B_X$ をとる. もし $\min\{\|x\|, \|y\|\} \leq \frac{1}{2}$ ならば

$$\|x \pm y\| \leq \|x\| + \|y\| \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 2(1 - \frac{1}{4}).$$

もし $\min\{\|x\|, \|y\|\} \geq \frac{1}{2}$ ならば

$$\min\left\{ \left\| \frac{x}{\|x\|} + \frac{y}{\|y\|} \right\|, \left\| \frac{x}{\|x\|} - \frac{y}{\|y\|} \right\| \right\} \leq 2(1 - \varepsilon).$$

$$\left\|\frac{x}{\|x\|}+\frac{y}{\|y\|}\right\| \leq \left\|\frac{x}{\|x\|}-\frac{y}{\|y\|}\right\|$$

とする. このとき,

$$\begin{aligned}\|x+y\| &\leq \|x\|+\|y\|-\Big(2-\Big\|\frac{x}{\|x\|}+\frac{y}{\|y\|}\Big\|\Big)\min\{\|x\|,\|y\|\} \\ &\leq 2-\frac{2\varepsilon}{2}=2(1-\frac{\varepsilon}{2}).\end{aligned}$$

同様に, もし $\|\frac{x}{\|x\|}+\frac{y}{\|y\|}\| \geq \|\frac{x}{\|x\|}-\frac{y}{\|y\|}\|$ ならば $\|x-y\| \leq 2(1-\frac{\varepsilon}{2})$. よって

$$\min\{\|x+y\|,\|x-y\|\} \leq 2\Big(1-\frac{\varepsilon}{2}\Big).$$

$\varepsilon_0=\min\{\frac{\varepsilon}{2},\frac{1}{4}\}$ とおくと, (ii) が成り立つ. □

同様に, uniform non-$\ell_1^n$ness に関しても成り立つ.

**定理 23 ([14]).** *$X$ をバナッハ空間とする. このとき, 次は同値:*
(i) *$X$ が uniformly non-$\ell_1^n$, 即ち, ある $\varepsilon$ $(0<\varepsilon<1)$ が存在し, 任意の $x_1,\cdots,x_n \in S_X$ に対し, ある $\theta=(\theta_j), \theta_j=\pm 1$ に対して*

$$\left\|\sum_{j=1}^{n}\theta_j x_j\right\| \leq n(1-\varepsilon). \tag{15}$$

*(ii) ある $\varepsilon$ $(0<\varepsilon<1)$ が存在し, 任意の $x_1,\cdots,x_n \in B_X$ に対し, ある $\theta=(\theta_j), \theta_j=\pm 1$ に対して (15) が成り立つ.*

# 参考文献


[1] Y. A. Albramovich and C. D. Aliprantis, *Problems in operator theory,* AMS, Providence, RI 2002.

[2] Y. A. Albramovich and C. D. Aliprantis, *An invitation to operator theory,* AMS, Providence, RI 2002.

[3] F. Dadipour, M. Fujii and M. S. Moslehiam, *Dunkl-Williams inequality for operators associated with p-angular distance*, Nihonkai Math. J. に掲載予定。

[4] J. B. Diaz and F. T. Metcalf, *A complementary triangle inequality in Hilbert and Banach spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. **17** (1966), 88–97.

[5] S. S. Dragomir, *Reverses of the triangle inequality in Banach spaces,* J. Inequal. Pure and Appl. Math. **6**(5) (2005), Art. 129, pp. 46.

[6] S. S. Dragomir, *Inequalities for the p-angular distance in normed linear spaces*, Math. Inequal. Appl., 12(2009), 391-401.

[7] S. S. Dragomir, *Generalizations of the Pećarić-Rajić inequality in normed linear spaces,* Math. Inequal. Appl., 12(2009), 53-65.

[8] S. S. Dragomir, *On some inequalities in normed algebras,* J. Inequal. Pure & Applied Math., 9(2008), Art. 5, 10pp.

[9] C. F. Dunkl and K. S. Williams, *A simple norm inequality*, Amer. Math. Monthly **71** (1964), 53–54.

[10] M. Fujii, M. Kato, K.-S. Saito and T. Tamura, *Sharp mean triangle inequality,* to appear in Math. Inequal. Appl.

[11] C.-Y. Hsu, S.-Y. Shaw and H.-J. Wong, *Refinements of generalized triangle inequalities,* J. Math. Anal. Appl. **344** (2008), 17–31.

[12] H. Hudzik and T. R. Landes, *Characteristic of convexity of Köthe function spaces,* Math. Ann. **294** (1992), 117–124.

[13] A. Jimenez-Melado, E. Llorens-Fuster and E. M. Mazcunan-Navarro, *The Dunkl-Williams constant, convexity, smoothness and normal structure,* J. Math. Anal. Appl., 342(2008), 298-310.

[14] M. Kato, K.-S. Saito and T. Tamura, *Sharp triangle inequality and its reverse in Banach spaces*, Math. Inequal. Appl. **10** (2007), 451–460.

[15] M. Kato, K.-S. Saito and T. Tamura, *Uniform non-$\ell_1^n$-ness of $\psi$-direct sums of Banach spaces $X \oplus_\psi Y$*, to appear in Math. Inequal. Appl.

[16] L. Maligranda, *Simple norm inequalities,* Amer. Math. Monthly. **113** (2006), 256–260.

[17] L. Maligranda, *Some remarks on the triangle inequality for norms,* Banach J. Math. Anal. **2** (2008), 31–41.

[18] J. L. Massera and J. J. Schäffer, *Linear differential equations and functional analysis,* Ann. of Math. **67** (1958), 517–573.

[19] R. E. Megginson, *An Introduction to Banach Space Theory,* Springer, New York, 1998.

[20] P. R. Mercer, *The Dunkl-Williams inequality in an inner product space*, Math. Inequal. Appl. **10** (2007), 447–450.

[21] K.-I. Mitani, K.-S. Saito, M. Kato and T. Tamura, *On sharp triangle inequalities in Banach spaces*, J. Math. Anal. Appl. **336** (2007), 1178-1186.

[22] K.-I. Mitani and K.-S. Saito, *On sharp triangle inequalities in Banach spaces II*, J. Inequal. Appl., 2010, Article ID 323609, 17 pages.

[23] D. S. Mitrinović, J. E. Pečarić and A. M. Fink, *Classical and new inequalities in analysis,* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 1993.

[24] J. Pečarić and R. Rajić, *The Dunkl-Williams inequality with n elements in normed linear spaces,* Math. Inequal. Appl. **10** (2007), 461–470.

[25] J. Pecaric and R. Rajic, *The Dunkl-Williams equality in pe-Hilbert $C^*$-modules,* Linerar Algebra Appl., 425(2007), 16-25.

[26] J. Pečarić and R. Rajić, *Inequalities of the Dunkl-Williams type for absolute value operators,* J. Math. Inequal., 4(2010), 1-10.

[27] K.-S. Saito and M. Tominaga, *The Dunkl-Williams type inequality for absolute value operators,* Linear Algebra Appl., 432(2010), 3258-3264.

[28] Saburou Saitoh, *Generalizations of the triangle inequality,* J. Inequal. Pure Applied Math., 4(2003), Article 62.

**＊　2010 年度理事会総会報告**

表記総会が 3 月 20 日（土）阪大中ノ島センターで行われた。

出席者：5 名、委任状提出者：37 名

議題は次の５件である。

（1）　一般社団法人　国際数理科学協会定款（案）

（2）　一般社団法人　国際数理科学協会細則（案）

（3）2009 年度事業報告、2010 年度事業予定

（4）2009 年度決算報告、2010 年度予算報告

（5）2009 年度は神戸大で高橋正会員のお世話により、研究集会を行った。

（1）（2）は一、二文字の修正があったが原案通り承認され手続きを取ることになった。

**しかし、ここで審議された定款にはその後、公証人により文言等に不適切であることが指摘され、再度公証人にみてもらい、予備的には承認されました。正式にはまだですが、今までの経過をこの欄を使って報告します。**

（3）

（イ）　SCMJ(vol. 69,70)各 3 冊発行。各巻はそれぞれ 417, 406 ページであった。

（ロ）　会報、notices を各 6 回発行した。

（ハ）　Vol.70(2)は石原先生追悼号である。

事業予定

（イ）　昨年度と同じく SCMJ の発行及び会報、notices の発行

（ロ）　社団法人、公益法人の認定を得られるよう作業を行う。

（４）は下に表示する。（５）のプログラムは昨年の会報 65 号に掲載されている。

＊会計報告（2009 年度決算）

～　2009年度　　貸借対照表　（09/1/1-09/12/31）～

(￥)会計

| 借方 | | | 貸方 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 科目 | 期首 | 期末 | 科目 | 期首 | 期末 |
| 固定資産 | | | 協会活動予備資金 | | |
| 流動資産 | 6,128,234 | 5,749,081 | 出版基盤強化積立金 | 1,000,000 | 1,000,000 |
| 定期預金 | 2,000,000 | 0 | TOTAL INDEX 積立金 | 1,000,000 | 1,000,000 |
| 借事務所保証 | 1,077,615 | 1,077,615 | 設備更新積立金 | 1,000,000 | 1,000,000 |
| 普通預金 | 2,939,562 | 4,464,987 | IT 機器積立金 | 0 | 0 |
| 現金 | 111,057 | 206,479 | 事務所移転積立金 | 1,077,615 | 1,077,615 |
| | | | 事務機購入積立金 | 300,000 | 300,000 |
| | | | 減価償却積立金 | 400,000 | 400,000 |
| | | | 回転資金 | 111,057 | 206,479 |
| | | | 繰越金 | 1,239,562 | 764,987 |
| 合　計 | 6,128,234 | 5,749,081 | 合　計 | 6,128,234 | 5,749,081 |

外貨会計

| 借方 | | | 貸方 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 科目 | 期首 | 期末 | 科目 | 期首 | 期末 |
| 固定資産 | | | 協会活動予備資金 | $100,000.00 | $100,000.00 |
| 流動資産 | | | IT 機器積立金 | $48,286.00 | $48,286.00 |
| 定期預金 | $1,065.42 | $1,068.13 | ＄ー￥準備金 | | |
| 普通預金 | $214,215.78 | $221,808.59 | 繰越金 | $115,281.20 | $122,876.72 |
| $国債 2 | $48,286.00 | $48,286.00 | 合　計　＄ | $263,567.20 | $271,162.72 |
| 合　計＄ | $263,567.20 | $271,162.72 | | | |
| (ユーロ) | € 5,977.03 | € 5,980.20 | (ユーロ) | € 5,977.03 | € 5,980.20 |
| ￥マルチマネ | ¥266,424 | ¥275,567 | ￥マルチマネー | ¥266,424 | ¥275,567 |
| ￥普通預金 | ¥1,191,363 | ¥355,695 | ￥普通預金 | ¥1,191,363 | ¥355,695 |

数理科学推進基金会計

| 借方 | 貸方 |
|---|---|

| 科 目 | 期 首 | 期 末 | 科 目 | 期 首 | 期 末 |
|---|---|---|---|---|---|
| 清水基金 | 1,000,000 | 1,000,000 | ISMS 受賞基金 | 1,000,000 | 1,000,000 |
| 功力基金 | 100,000 | 100,000 | 国際研究交流基金 | 737,510 | 1,900,000 |
| 石原 | 1,000,000 | 2,000,000 | 通信交通費 | 100,000 | 100,000 |
| その他 | 737,190 | 670,685 | 会議費 | 100,000 | 100,000 |
| | | | 繰越金 | 899,680 | 670,685 |
| 合計 | 2,837,190 | 3,770,685 | 合計 | 2,837,190 | 3,770,685 |

## 収　入

| 科　　目 | 08年度決算 | 09年度予算 | 09年度決算 | 10年度予算 |
|---|---|---|---|---|
| 前年度繰越金 | 681,120 | 939,562 | 939,562 | 764,987 |
| | | | | |
| 刊行物頒布代（書店） | 1,540,200 | 1,500,000 | 1,638,000 | 1,500,000 |
| 刊行物頒布代（書店）海外＄より | | 1,700,000 | 1,800,000 | 1,800,000 |
| 会費 | | | | |
| 機関会員　A（旧協力校） | | | 419,790 | |
| 機関会員　B（交換誌） | 300,000 | 300,000 | 600,000 | 600,000 |
| | | | | |
| 賛助会員（機関会員） | 719,515 | 800,000 | 1,319,029 | 1,000,000 |
| 正会員（国内） | 877,060 | 900,000 | 1,888,600 | 900,000 |
| | | | | |
| 海外書店郵送費（EBSCO)$より | | 20,000 | | 20,000 |
| 海外書店（カード払い） | | | 113,790 | 100,000 |
| 海外正会員（¥） | 65,453 | 20,000 | 18,786 | 20,000 |
| 海外正会員（＄→￥） | | 50,000 | 23,940 | 20,000 |
| ページチャージ（¥） | 178,238 | 210,000 | 227,643 | 210,000 |
| ページチャージ（＄→￥） | | 30,000 | 10,260 | 10,000 |
| | | | | |
| IT 機器積み立て金取り崩し | | | | |
| （イ）減価償却積立金取り崩し分 | | 200,000 | | 200,000 |
| （ロ）回転資金取り崩し分 | 3,219 | 240,000 | | 200,000 |
| 預金利子 | 3,969 | 3,000 | 9,962 | 3,000 |
| ($→¥) | 5,550,000 | 2,000,000 | 411,057 | 500,000 |
| 雑収入 | | | | |
| 合　　計 | 10,338,564 | 8,912,562 | 9,000,629 | 7,847,987 |

## 支 出

| 科　　目 | 08年度決算 | 09年度予算 | 09年度決算 | 10年度予算 |
|---|---|---|---|---|
| 通信交通輸送費(ｲ+ﾛ+ﾊ) | 2,307,362 | 1,715,000 | 1,511,840 | 1,500,000 |
| (ｲ) 編集通信交通費 | 1,333,210 | 800,000 | 795,300 | 800,000 |
| (ﾛ) 査読通信費 | 14,147 | 15,000 | | |
| (ﾊ) 抜刷等輸送費 | 960,005 | 900,000 | 716,540 | 700,000 |
| | | | | |
| 印刷費 | 1,224,215 | 1,200,000 | 1,075,575 | 1,100,000 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 組版委託費 | 213,675 | 250,000 | 299,175 | 300,000 |
| SE 委託費 | 611,800 | 500,000 | 564,200 | 500,000 |
| 消耗品代 | 33,963 | 40,000 | 14,437 | 15,000 |
| 備品代（OA 機器 soft 等） | 201,199 | 250,000 | 297,345 | 250,000 |
| 人件費 | 2,538,600 | 2,500,000 | 2,241,050 | 1,800,000 |
| 借事務所代 | 1,347,501 | 1,350,000 | 1,356,839 | 1,360,000 |
| 電話代 | 691,810 | 500,000 | 551,957 | 500,000 |
| 振込料 | 11,645 | 12,000 | 15,650 | 15,000 |
| 備品補修費 | | | 28,560 | 30,000 |
| 会報代（含送料） | | | | |
| 研究集会費 | 35,400 | | | |
| コピー費 | 70,775 | 70,000 | 72,535 | 75,000 |
| 基礎財産へ繰入 | | | | |
| 予備費等 | | 525,562 | | 402,987 |
| 次年度回転資金 | 111,057 | | 206,479 | |
| 次年度繰越金 | 939,562 | | 764,987 | |
| 合　　計 | 10,338,564 | 8,912,562 | 9,000,629 | 7,847,987 |

## ＊ 在庫雑誌の案内

協会事務の部屋が海外からの雑誌で手狭になってきています。そこで希望の会員または所属する大学等に、**無償**でお分けすることにしました。前回送られてきている雑誌全部の表題をお知らせしましたが、今回からはその一部を掲載いたします。全部に興味がおありのときは、**会報** No.67(2010)をご覧下さい。ご希望がありましたら、pbls@jams.jp にご連絡下さい。**送料は負担で**お送りいたします。
３月以降は会員個人でも結構です。皆様方のご協力をお願い致します。

### 雑誌（a）

１．Serdica mathematical journal
２．Colloquium mathematicum
３．Monatshefte fur mathematik
４．Milan journal of mathematics
５．Naval research logistics NRL a journal dedicated to advances in operations and logistics research
６．Rendiconti del seminario matematico universita e politecnico torino
７．Analytic function spaces properties of operation and duality
８．Iranian Journal of fuzzy systems
９．Publicationes mathematicae Debrecen
10. Boletim da sociedade paranaense de matematica
11.Annali dell'universita di ferrara scienze matematiche

雑誌 (b)

1. Acta scientiarum mathematicarum
2. Numerical mathematics　A journal of Chinese universities
3. University of istanbull faculty of science　the journal of mathematics, physics and Astronomy
4. Academie serbe des sciences et des arts bulletin T.CXXXI—sciences mathematique
5. Glasnik matematica
6. Annali dell'universita di ferrara nuova serie　scienze matematiche
7. Divulgaciones matematicas
8. Dirasat engineering sciences
9. Tamkang journal of mathematics
10. Annals de L'institute Fourier
11. Bollettino della unione mathematica italiana sezione (A, B)

雑誌 (c)

1. Annales universitatis scientiarum budapestinesis de Rolando eotvos nominatae
2. Bulletin mathematique de la societe des sciences mathematiques de roumanie
3. Ion beam science solved and unsolved
4. Annals of the university of Craiova mathematics and computer science series
5. Mathematicae notae
6. Statistica sinica
7. IBM journal of research and development
8. Analeles stintifice ale universitatii Alexandru ioan cuza din iasi (serie noua) matematica
9. Scientific annals of computer science
10. Atti della academia nazionale dei lince rendiconti lincei scienze fisiche e naturali
11. Tohoku Mathematical Journal 東北数学雑誌

# 希望雑誌申込書

<table>
<tr><td rowspan="2">氏名</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">所属</td><td rowspan="2"></td><td>電話番号</td><td></td></tr>
<tr><td>e-mail</td><td></td></tr>
<tr><td>送り先</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td colspan="6">雑誌名</td></tr>
<tr><td colspan="6">例えば<br><br>１）a-3 題目<br>２）R-1 題目<br>・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・<br>のように記入して下さい。</td></tr>
</table>

## ＊　機関会員募集

機関会員の特典としては

(1)本屋より SCMJ を購入すると、print 版 45,000 円ですが、機関会員になると、print 版 33,000 円で **online も見ることができます。**

(2)会員でない 2 名の方を準会員（会費不要）として登録することができます。これにより、page charge ⑽別刷代金⑾ が会員と同じ扱いになります。

(3)上の準会員 2 名は online で SCMJ を見る事ができます。

(4) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。

大学、研究所等が協会から SCMJ 誌の直接購入すると、online も無料で見ることができるようになりました。下は機関会員の申込用紙です。適当にお使い下さい。

上にも書きましたように、2006 年より発効の機関会員制度により各機関会員に所属の研究者 2 名を会費無料で準会員として登録しますと、準会員が SCMJ に accept された論文を掲載するときの page charge（別刷代金）は会員と同額とすることにしました。

この新しい制度の機関会員の P.R.を、日本国内外（BRICS 諸国など）400 大学に向けて、数年前から始めています。同時に今迄の SCMJ 投稿者で会員でない方、また、個人会員および（機関会員の）準会員加入の P.R.も始めています。

**Application for Academic and Institutional Member of ISMS**

| | |
|---|---|
| **Subscription of SCMJ** | □Print ＋ Online<br>(¥33,000, US$300) |
| **University (Institution)** | |
| **Department** | |
| **Postal Address** where SCMJ should be sent. | |
| **E-mail address** | |
| **Person in charge** | Name:<br>Signature: |
| **Payment**<br>Check one of the two. | □Bank transfer □Credit Card (Visa, Master) |
| **Name of Associate Members** | 1. |
| | 2. |

正会員の特典としては(1)online で SCMJ をみることが出来ます。(2)論文の掲載時に page charge(別刷代金)が随分と安くなる。
(3) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。
6,000 円を支払うと、hard-copy の SCMJ が一年を通じて手に入ります。
(4) 10 年間個人会員を続けると、国内会員は 70,000 円、外国会員は US$600、途上会員は US$500 を支払うと生涯会員となれます。

2008 年度からの会費

| Categories | 国内会員 | 海外会員 | 途上国会員 |
|---|---|---|---|
| 単年度 A 会員 | ¥9,000 | US$75, €60 | US$117, €93 |
| 3 年 A 会員 | ¥24,000 | US$200, €160 | US$117, €93 |
| 単年度 S 会員 | ¥5,000 | US$40, €32 | US$27, €21 |
| 3 年 S 会員 | ¥12,000 | US$100, €80 | US$71, €57 |
| 生涯会員 | ¥90,000 | US$740, €592 | US$616, €493 |

日本語が出来る方の入会の申込用紙です。また、英語版も書いて頂くことになります。近くNet 上で申し込み可能となるようにしますので、入会しようとする方はそれをご利用下さい。

## ＊　正会員申込用紙

### 正会員入会申込書

| | | | |
|---|---|---|---|
| 氏名 | | 英語名 | |
| 次の２つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。 | | | |
| 所属先<br>住所 | 〒 | | |
| 住所 | 〒 | | |
| 専門分野 | 表 **f** *より選んで○で囲って下さい<br>f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14 | | |
| E-mail<br>address | | 電話番号 | |
| | | Fax 番号 | |
| 会員区分<br>該当部分にチェック | □A1 一般 1 年　□ A3 一般 3 年　□ S-A1 高齢者又は学生 1 年<br>□　S-A3 高齢者又は学生 3 年　□ 生涯会員 | | |
| 所属先の<br>施設 | □ ビデオ会議可能　□ 遠隔会議可能　□ コンピューターセンター | | |
| 所属先の<br>通信システム | □　ISDN　□ IP | | |
| 所属大学等が<br>機関会員 | □　会員である　□　会員でない | | |
| SCMJ のプリント版の購入 | | | |
| □　希望　1 年に付き<br>1 年会員 9,000 円、3 年会員 8,000 円** | | □ 希望しない | |
| 高齢会員を申し込む場合 | 生年月日 | 学生会員の場合は在学証を添付 | |
| 日付 | | | |
| 私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することもしません。 | | 署名 | |

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、3 年間一括の場合は 24,000 円です。
この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

## Application form for an individual member of ISMS

<table>
<tr><td>Family Name</td><td></td><td>First &Middle Name</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Check one of the following addresses to which “Notices from the ISMS” should be sent.</td></tr>
<tr><td>Address of your institution (university)</td><td colspan="3">□</td></tr>
<tr><td>Home address</td><td colspan="3">□</td></tr>
<tr><td>Special fields*</td><td colspan="3">f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E-mail address</td><td rowspan="2"></td><td>Tel.</td><td></td></tr>
<tr><td>Fax</td><td></td></tr>
<tr><td>Membership category** (Circle one)</td><td colspan="3">A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL</td></tr>
<tr><td>Check the facilities your institution has.</td><td colspan="3">☐ Conference room(s) for video conference<br>☐ Computer center</td></tr>
<tr><td colspan="2">Communication system of your institution</td><td colspan="2">□ ISDN □ IP</td></tr>
<tr><td colspan="2">Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?</td><td colspan="2">□ Yes □ No</td></tr>
<tr><td>☐ I subscribe to the printed version of SCMJ.</td><td colspan="3">□¥6,000 (US$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1 , D1 and SD1.<br>□¥5,500 (US$55. €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL.<br>□In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US$150, €120).</td></tr>
<tr><td>For the aged member, write your birth year.</td><td></td><td colspan="2">For the student member, student registration certificate should be attached.</td></tr>
<tr><td>Date of Application</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="4">I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.</td></tr>
<tr><td>Signature</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

**Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

**ISMS　(JAMS の継続) 会員募集**

ISMS の出版物：ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.)と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、“21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ) ”として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700～1200 頁を出版しています。全体として 230 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)～７)です。

1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間０で発行されます。
7) Mathematical Review, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究集会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。（本誌 45 号　3p 及び Notices　March　2006　9p　を御参照下さい）

ISMS の学術賞：会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。（詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい）

＜ISMS の会員の特典＞１．SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。２．SCMJ print 版の少額での購読 (下表１)。３．Page charge(別刷代金)の discount (下表２)。

＜機関購読会員の特典＞1．機関内の 2 名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。２．準会員は会員と同じ page charge(別刷代金)の discount を受けることが出来る。

表１
【雑誌購読費】

| | 正会員（1 年） | 正会員（3 年） | 機関会員 | 定価 |
|---|---|---|---|---|
| Print | ￥6,000<br>US$ 60, €48 | ￥5,500*<br>US$ 55, €44 | ￥33,000<br>US$ 300, €240 | ￥45,000<br>US$ 400, €320 |
| Online | Free | Free | | |
| Online+print | ￥6,000<br>US$ 60, €48 | ￥5,500<br>US$ 55, €44 | ￥33,000<br>US$ 300, €240 | ￥45,000<br>US$ 400, €320 |

*３年会員のみ、雑誌購読費 3 年分前払いの場合は￥15,000 になります。
著者の方には、SCMJ を１冊送料込みで 1,200 円または US＄12 で購入できます。

表２
【ページチャージ】

| | ISMS members | Non-members |
|---|---|---|
| p | ￥3,500 ( US$35, € 23 ) | ￥4,000 ( US$40, €27 ) |
| Tex | ￥2,000 ( US$20, € 14 ) | ￥2,500 ( US$25, €17 ) |
| LateX2e, LaTeX | ￥　700 ( US$ 7,　€　4 ) | ￥1,000 ( US$10, € 7 ) |
| Js ( ISMS style file ) | ￥　500 ( US$ 5,　€　3 ) | ￥　800 ( US$ 8,　€ 5 ) |

別刷作成について、次の費用の分担をお願いします。原稿の組版についての連絡費、抜刷送料等の事務処理として、一編について¥ 1,000、及び上表の各原稿の種類による組版費を請求させて頂きます。
（2008 年　Vol.67　から実施）

表３
【2008 年の会費】

| Categories | 国内会員 | 海外会員 | 途上国会員 |
|---|---|---|---|
| 単年度 A 会員 | ¥9,000 | US$ 75,　€60 | US$ 45，　€36 |
| 3 年 A 会員 | ¥24,000 | US$ 200,　€160 | US$ 117,　€93 |
| 単年度 S 会員 | ¥5,000 | US$ 40,　€32 | US$ 27,　€21 |
| 3 年 S 会員 | ¥12,000 | US$ 100,　€80 | US$ 71,　€57 |
| 生涯会員** | ¥90,000 | US$ 740, €592 | US$ 616, €493 |

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。
A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員(70 歳以上)を指します。

国際数理科学協会
**International Society for Mathematical Sciences**
〒590-0075　堺市堺区南花田口町 2-1-18　新堺東ビル内
Tel：(072)222-1850　/　Fax：(072) 222-7987　　URL：http://www.jams.or.jp