



# 国際数理科学協会会報

No.65/ 2009. 9

編集委員：藤井正俊(委員長)、藤井淳一

## 目次

- \* 寄稿
- \* 2009 年研究集会報告
- \* 2010 年研究集会開催
- \* 雑誌の案内
- \* 機関会員募集
- \* 正会員申込用紙
- \* 会員募集

\* 寄稿

## 最適化理論における近接点法と不動点近似法

慶応義塾大学特別招聘教授 高橋 渉

### 1 はじめに

$H$  を Hilbert 空間とし,  $C$  を  $H$  の閉凸集合とする.  $C$  から  $H$  への写像  $T$  が非拡大 (nonexpansive) であるとは

$$\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|, \quad \forall x, y \in C$$

が成り立つことである. つぎの 2 つの不動点近似法はよく知られている.

定理 1.1 ([46]).  $C$  を  $H$  の閉凸集合とする.  $T$  を  $C$  から  $C$  への非拡大写像とする.  $F(T)$  を  $T$  の不動点の集合とし,  $F(T) \neq \phi$  とする.  $x_1 = x \in C$  に対して, 点列  $\{x_n\}$  を

$$x_{n+1} = \alpha_n x + (1 - \alpha_n)Tx_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

で定義する. ただし,  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_{n+1} - \alpha_n| < \infty$$

を満たすとする. このとき,  $\{x_n\}$  は  $Px \in F(T)$  に強収束する. ここで  $F(T)$  は  $T$  の不動点の集合を表し,  $P$  は  $H$  から  $F(T)$  の上への距離射影である.

定理 1.2 ([26]).  $C$  を  $H$  の閉凸集合とし,  $T$  を  $C$  から  $C$  への  $F(T) \neq \phi$  となる非拡大写像とする.  $x_1 = x \in C$  に対して, 点列  $\{x_n\}$  を

$$x_{n+1} = \alpha_n x_n + (1 - \alpha_n)Tx_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

で定義する. ただし,  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  は  $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(1 - \alpha_n) = \infty$  を満たすとする. このとき,  $\{x_n\}$  は  $F(T)$  の点  $z$  に弱収束する. ここで  $z = \lim_{n \rightarrow \infty} Px_n$  である.

非拡大写像の不動点近似法とは別に、最適化理論や非線形解析学の多くの問題は、 $A \subset H \times H$  を極大単調作用素とすると、 $Au = 0$  となる  $u \in H$  をもとめよ、というものである。1976年に Rockafellar[29] は、Hilbert 空間におけるつぎの収束定理を証明した。

定理 1.3 ([29]).  $H$  を Hilbert 空間とし、 $A \subset H \times H$  を極大単調作用素とする。  $x_1 = x \in H$  とし

$$x_{n+1} = J_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

とする。ただし、 $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は  $\liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$  を満たすものとする。このとき、 $A^{-1}0 \neq \emptyset$  であるならば、点列  $\{x_n\}$  は  $A^{-1}0$  の元  $u$  に弱収束する。ここで、 $A^{-1}0 = \{z \in H : 0 \in Az\}$  である。

極大単調作用素  $A$  のリゾルベント  $J_{r_n}$  を用いて、 $A^{-1}0$  の元を求める Rockafellar のこのような手法は近接点法 (proximal point algorithm) と呼ばれ、この後、多くの数学者、応用数学者によってその研究が行われた。Rockafellar[29] は上の定理において、 $\{x_n\}$  が強収束するのではないかと考えた。しかしながら Güler[4] によってこのままの条件では強収束しない例があることが示された。上村-高橋 [9] はこのような Rockafellar の強収束問題に対して、不動点近似法のアイデアを用いてつぎの定理を与えた。

定理 1.4 ([9]).  $H$  を Hilbert 空間とし、 $A \subset H \times H$  を極大単調作用素とする。  $x \in H$  に対して、点列  $\{x_n\}$  を  $x_1 = x$  かつ

$$x_{n+1} = \alpha_n x + (1 - \alpha_n) J_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

で定義する。ただし、 $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \infty$$

を満たすとする。このとき、 $A^{-1}0 \neq \emptyset$  ならば、 $\{x_n\}$  は  $Px \in A^{-1}0$  に強収束する。ただし、 $P$  は  $H$  から  $A^{-1}0$  の上への距離射影である。

上村-高橋 [9] は Rockafellar の定理を拡張するつぎの弱収束定理も証明した。

定理 1.5 ([9]).  $H$  を Hilbert 空間とし、 $A \subset H \times H$  を極大単調作用素とする。  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \alpha_n < 1, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$$

を満たすとする。  $x_1 = x \in H$  に対して、点列  $\{x_n\}$  を

$$x_{n+1} = \alpha_n x_n + (1 - \alpha_n) J_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

で定義する。このとき、 $A^{-1}0 \neq \emptyset$  ならば、 $\{x_n\}$  は  $A^{-1}0$  の元  $u$  に弱収束する。ここで、 $u = \lim_{n \rightarrow \infty} P x_n$  である。ただし、 $P$  は  $H$  から  $A^{-1}0$  の上への距離射影である。

1976年に Rockafellar によって出された強収束問題は 2000年に上村-高橋によって解決されたものの、Rockafellar の定理が Banach 空間にまで拡張できないかという問題は依然として残されたままだった。高橋渉の 65 才誕生日を記念した Taiwanese Journal of Mathematics (Volume 12,

Number 6, September 2008) の Special Issue の Mau-Hsiang Shih 教授と Jen-Chih Yao 教授が書いた Preface の中で, "Recently he and his collaborators have made a breakthrough in proximal algorithm in Banach spaces" とあるように, Rockafellar の定理がいろいろの形で Banach 空間にまで拡張できたので, ここではその内容を紹介することにする. Rockafellar, 上村-高橋による定理の Banach 空間での議論は, Hilbert 空間の場合と違って, Banach 空間のノルムの凸性や, 微分可能性の複雑さ, 双対写像の非線形性などに関連して難解となる. 本稿を読むことによって, Banach 空間の面白さや奥深さ, そして難しさを知ってもらえば幸いである.

## 2 準備

$E$  を回帰的で狭義凸な Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合とする. このとき, 任意の  $x \in E$  に対して

$$\|x - z\| = \min\{\|x - y\| : y \in C\}$$

となるような  $z \in C$  は一意に存在するが,  $x \in E$  に対して, このような  $C$  の元  $z$  を対応させる写像を  $P_C$  で表し,  $P_C$  を  $E$  から  $C$  の上への距離射影と呼ぶ.  $E$  を Banach 空間とし,  $E^*$  をその共役空間とする.  $x \in E$  における  $x^* \in E^*$  の値を  $x^*(x)$  または  $\langle x, x^* \rangle$  で表す.  $E$  における点列  $\{x_n\}$  が  $x$  に弱収束することを  $x_n \rightharpoonup x$  で表す.  $E$  の凸性の modulus  $\delta$  は,  $0 \leq \epsilon \leq 2$  となる  $\epsilon$  に対して

$$\delta(\epsilon) = \inf \left\{ 1 - \frac{\|x + y\|}{2} : \|x\| \leq 1, \|y\| \leq 1, \|x - y\| \geq \epsilon \right\}$$

で定義される. Banach 空間  $E$  が一様凸であるとは,  $\epsilon > 0$  に対して,  $\delta(\epsilon) > 0$  が常に成り立つときをいう.  $E$  の元  $x$  に対して,  $E$  から  $E^*$  への集合値写像  $J$  が

$$J(x) = \{x^* \in E^* : \langle x, x^* \rangle = \|x\|^2 = \|x^*\|^2\}$$

で定義されるが, この  $J$  を  $E$  上の双対 (duality) 写像という.  $U = \{x \in E : \|x\| = 1\}$  としよう. このとき,  $x, y \in U$  に対して, 極限

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\|x + ty\| - \|x\|}{t} \quad (2.1)$$

を考えよう.  $E$  のノルムが Gâteaux 微分可能であるとは, 任意の  $x, y \in U$  に対して, (2.1) が常に存在するときをいう. このとき, Banach 空間  $E$  は滑らかであるともいう.  $E$  のノルムが一様に Gâteaux 微分可能であるとは, 任意の  $y \in U$  に対して, (2.1) が  $x \in U$  に関して一様に収束するときをいう.  $E$  のノルムが Fréchet 微分可能であるとは, 任意の  $x \in U$  に対して, (2.1) が  $y \in U$  に関して一様に収束するときをいう. (2.1) が  $x, y \in U$  に対して一様に収束するとき,  $E$  のノルムは一様に Fréchet 微分可能であるという. このとき,  $E$  は一様に滑らかであるともいう.  $E$  が Gâteaux 微分可能なノルムをもてば,  $E$  上の双対写像は一価写像になる.

$E$  を滑らかで, 回帰的な狭義凸 Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合とすると,  $E$  から  $C$  の上への距離射影  $P_C$  が存在するが,  $x \in E$  と  $z \in C$  に対して,  $z = P_C x$  であるための必要十分条件は

$$\langle z - y, J(x - z) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C \quad (2.2)$$

が成り立つことである. ただし,  $J$  は  $E$  上の双対写像である. 詳しくは [34] を参照のこと.

$E$  を Banach 空間とし,  $A \subset E \times E$  としよう.  $A$  が増大作用素 (accretive operator) であるとは,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$  に対して, 常に  $\langle y_1 - y_2, j \rangle \geq 0$  となる  $j \in J(x_1 - x_2)$  が存在するときをいう. ただし,  $J$  は  $E$  の双対写像である.  $A \subset E \times E$  を増大作用素とする. このとき,  $\lambda > 0$  に対して  $A$  のリゾルベント (resolvent) と呼ばれる  $J_\lambda$  が, 任意の  $x \in R(I + \lambda A)$  に対して

$$J_\lambda x = \{z \in E : z + \lambda Az \ni x\}$$

で定義される. このとき,  $J_\lambda x$  は高々一点であり,  $J_\lambda$  は非拡大写像となる. 詳しくは [34] を参照せよ. 増大作用素  $A$  がすべての  $r > 0$  に対して  $R(I + rA) = E$  であるとき,  $m$ -増大作用素といわれる.  $A \subset E \times E^*$  とする.  $A$  が単調 (monotone) であるとは,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$  に対して

$$\langle x_1 - x_2, y_1 - y_2 \rangle \geq 0$$

が常に成り立つときをいう. 単調作用素  $A \subset E \times E^*$  が極大 (maximal) であるとは,  $A$  を真に含む単調作用素  $B \subset E \times E^*$  が存在しないときをいう. すなわち,  $B \subset E \times E^*$  が単調で, かつ  $A \subset B$  であるならば  $A = B$  となるときをいう. つぎの定理はよく知られている [35].

**定理 2.1** ([35]).  $E$  を回帰的な Banach 空間とし,  $J: E \rightarrow E^*$  を duality 写像とする.  $A$  を単調作用素とする. このとき,  $A$  が極大となるための必要十分条件は, すべての  $r > 0$  に対して

$$R(J + rA) = E^*$$

となることである. ただし,  $R(J + rA)$  は  $J + rA$  の値域を表す.

定理 2.1 を用いると, Hilbert 空間での  $m$ -増大作用素と極大単調作用素は同値であることがわかる. もちろん Banach 空間では 2 つの作用素は違ったものとなる.  $C$  を Banach 空間  $E$  の空でない閉凸集合とする. このとき,  $C$  が正規構造をもつとは, 2 点以上を含む  $C$  の任意の有界閉凸集合  $D$  に対して,  $z \in D$  が存在して

$$\sup\{\|z - y\| : y \in D\} < \delta(D)$$

となるときをいう. ただし,  $\delta(D)$  は  $D$  の直径を表す. 一樣凸な Banach 空間の空でない閉凸集合は正規構造を持つし, Banach 空間のコンパクト凸集合は正規構造をもつ.  $E$  を Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない集合とする. このとき,  $E$  から  $C$  上への写像  $P$  がサニー (sunny) であるとは, 任意の  $x \in E$  と  $t \geq 0$  に対して

$$P(Px + t(x - Px)) = Px$$

が成り立つことである. 同様に,  $E$  から  $C$  上への写像  $P$  が射影 (retraction) であるとは, 任意の  $x \in C$  に対して,  $Px = x$  が成り立つことである.  $E$  を滑らかな Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない集合とする. また  $P$  を  $E$  から  $C$  の上への射影とする. このとき,  $P$  がサニーかつ非拡大になるための必要十分条件は

$$\langle x - Px, J(Px - y) \rangle \geq 0, \quad \forall x \in E, \forall y \in C \quad (2.3)$$

が成り立つことである. ただし,  $J$  は  $E$  上の双対写像である.  $E$  が滑らかな Banach 空間では,  $E$  から  $C$  上へのサニー非拡大射影は一意に決まる ([34] を参照).  $E$  を滑らかな Banach 空間とする.  $E$  上の双対写像  $J$  が弱点列的連続 (weakly sequentially continuous) であるとは,  $\{x_n\}$  が  $x$  に弱収束するとき,  $\{Jx_n\}$  が  $Jx$  に弱\*収束するときをいう.

### 3 $m$ -増大作用素と近接点法

この節では、最初に増大作用素の収束定理を述べる．

定理 3.1 ([42]).  $E$  を一様 Gâteaux 微分可能なノルムをもつ 回帰的な Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合で正規構造をもつものとする.  $A \subset E \times E$  を  $A^{-1}0 \neq \emptyset$  となる増大作用素で

$$D(A) \subset C \subset \bigcap_{t>0} R(I+tA)$$

を満たすものとする.  $J_t$  を  $t > 0$  に対する  $A$  のリゾルベントとし,  $f$  を  $C$  から  $C$  への縮小写像とする. このとき, つぎの命題が成り立つ.

- (1)  $t > 0$  に対して,  $J_t f$  は  $C$  の中に一意の不動点  $u_t$  をもつ;
- (2)  $t \rightarrow \infty$  ならば,  $\{u_t\}$  は  $u \in A^{-1}0$  に強収束する. ここで,  $u = \Pi_{A^{-1}0} f u$  である. ただし,  $\Pi_{A^{-1}0}$  は  $C$  から  $A^{-1}0$  の上へのサニー非拡大射影である.

定理 3.1 を用いると, Banach 空間の増大作用素のリゾルベントに対する上村-高橋の定理の拡張である強収束定理を得ることが出来る.

定理 3.2 ([42]).  $E$  を一様 Gâteaux 微分可能なノルムをもつ 回帰的な Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合で正規構造をもつものとする.  $A \subset E \times E$  を  $A^{-1}0 \neq \emptyset$  となる増大作用素で

$$D(A) \subset C \subset \bigcap_{t>0} R(I+tA)$$

を満たすものとする.  $J_t$  を  $t > 0$  に対する  $A$  のリゾルベントとし,  $f$  を  $C$  から  $C$  への縮小写像とする.  $x_1 = x \in C$  とし, 点列  $\{x_n\}$  を  $C$  の中でつぎのように定義する.

$$x_{n+1} = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n) J_{t_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ただし,  $\{\alpha_n\} \subset (0, 1)$  と  $\{t_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \infty$$

を満たすとする. このとき,  $\{x_n\}$  は  $u \in A^{-1}0$  に強収束する. ここで,  $u = \Pi_{A^{-1}0} f(u)$  である. ただし,  $\Pi_{A^{-1}0}$  は  $C$  から  $A^{-1}0$  の上へのサニー非拡大射影である.

つぎの定理は増大作用素のリゾルベントに対する弱収束型の近接点法である.

定理 3.3 ([10]).  $E$  を一様 Fréchet 微分可能なノルムをもつ 回帰的な Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合で正規構造をもつものとする.  $A \subset E \times E$  を  $A^{-1}0 \neq \emptyset$  となる増大作用素で

$$D(A) \subset C \subset \bigcap_{t>0} R(I+tA)$$

を満たすものとする.  $J_t$  を  $t > 0$  に対する  $A$  のリゾルベントとする.  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \alpha_n < 1, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$$

を満たすとし,  $x_1 = x \in H$  に対して, 点列  $\{x_n\}$  を

$$x_{n+1} = \alpha_n x_n + (1 - \alpha_n) J_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

で定義する. このとき,  $\{x_n\}$  は  $A^{-1}0$  の元  $u$  に弱収束する.

定理 3.1, 3.2, 3.3 における増大作用素の条件は, 勿論  $m$ -増大作用素の場合に適用されるものである.

## 4 極大単調作用素と近接点法

この節では Banach 空間において極大単調作用素とその収束定理を議論しよう.  $E$  を滑らかで, 狭義凸な回帰的 Banach 空間とする. また,  $\phi: E \times E \rightarrow (-\infty, \infty)$  を

$$\phi(x, y) = \|x\|^2 - 2\langle x, Jy \rangle + \|y\|^2, \quad \forall x, y \in E$$

によって定義する. ここで  $J$  は  $E$  の双対写像である.  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合とし,  $x \in E$  とする. このとき, 一意の  $x_0 \in C$  が存在して

$$\phi(x_0, x) = \inf\{\phi(z, x) : z \in C\}$$

となる. このとき,  $E$  から  $C$  上への写像  $Q_C$  を  $Q_C x = x_0$  によって定義する. このような  $Q_C$  を準距離射影 (generalized projection) と呼ぶ. Hilbert 空間では, この  $Q_C$  と距離射影  $P_C$  は一致する.  $E$  を滑らかな Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の空でない閉凸集合とする. また,  $x \in E, x_0 \in C$  とする. このとき,  $x_0 = Q_C x$  であるための必要十分条件は

$$\langle x_0 - y, Jx - Jx_0 \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C \quad (4.1)$$

である. ただし,  $J$  は  $E$  上の双対写像である.  $x \in E$  と  $r > 0$  に対して, つぎの方程式を考える.

$$Jz + rAz \ni Jx. \quad (4.2)$$

定理 2.1 によって, 解  $z$  が存在する. また, Banach 空間が狭義凸なので, この解は一意である. その解を  $x_r$  で表す.  $x_r = Q_r x$  によって,  $Q_r$  を定義し,  $Q_r$  を  $A$  のリゾルベント (resolvent) という. また,  $Q_r$  を  $Q_r = (J + rA)^{-1}J$  と表すこともある. 我々はもう一つのリゾルベントを定義できる.  $x \in E$  と  $r > 0$  に対して, つぎの方程式を考える.

$$J(z - x) + rAz \ni 0. \quad (4.3)$$

やはり定理 2.1 によって, 解  $z$  が存在する. また, Banach 空間が狭義凸なので, この解は一意である. その解を  $x_r$  で表す.  $x_r = J_r x$  によって,  $J_r$  を定義し,  $J_r$  をやはり  $A$  のリゾルベント (resolvent) という. また,  $J_r$  を  $J_r = (I + rJ^{-1}A)^{-1}$  と表すこともある. 高阪-高橋 [13] は Banach 空間上の極大単調作用素に対して, 上村-高橋の定理を拡張するつぎの強収束定理を得た.

定理 4.1 ([13]).  $E$  を滑らかで一様凸な Banach 空間とし,  $A \subset E \times E^*$  を極大単調作用素とする. また,  $r > 0$  に対して  $Q_r = (J + rA)^{-1}J$  とし, 点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する.  $x_1 = x \in E$  とし

$$x_{n+1} = J^{-1}(\alpha_n J(x) + (1 - \alpha_n) J(Q_{r_n} x_n)), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ここで,  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \infty$$

を満たすものとする. このとき,  $A^{-1}0 \neq \phi$  ならば,  $\{x_n\}$  は  $Q_{A^{-1}0}x$  に強収束する. ここで,  $Q_{A^{-1}0}$  は  $E$  から  $A^{-1}0$  の上への準距離射影 (generalized projection) である.

つぎに Banach 空間上の極大単調作用素に対して弱収束定理を得る.

定理 4.2 ([8]).  $E$  を滑らかで一様凸な Banach 空間とし, その双対写像  $J$  を弱点列的連続 (weakly sequentially continuous) とする.  $A \subset E \times E^*$  を  $A^{-1}0 \neq \phi$  となる極大単調作用素とする.  $r > 0$  に対して  $Q_r = (J + rA)^{-1}J$  とし,  $Q_{A^{-1}0}$  を  $E$  から  $A^{-1}0$  上への準距離射影 (generalized projection) とする. また,  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する.  $x_1 = x \in E$  とし

$$x_{n+1} = J^{-1}(\alpha_n J(x_n) + (1 - \alpha_n)J(Q_{r_n}x_n)), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ここで,  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \alpha_n < 1, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$$

を満たすとする. このとき, 点列  $\{x_n\}$  は  $A^{-1}0$  の元  $v$  に弱収束する. ここで,  $v$  は  $v = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_{A^{-1}0}(x_n)$  である.

上村-高橋の強収束定理 (定理 1.4) とは別に, Solodov-Svaiter[31] は Hilbert 空間におけるつぎの強収束定理を得た.

定理 4.3 ([31]).  $H$  を Hilbert 空間とし,  $A \subset H \times H$  を  $A^{-1}0 \neq \phi$  となる極大単調作用素とする.  $x \in H$  とし, 点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する.

$$\begin{cases} x_1 = x \in H, \\ 0 = v_n + \frac{1}{r_n}(y_n - x_n), \quad v_n \in Ay_n, \\ H_n = \{z \in H : \langle z - y_n, v_n \rangle \leq 0\}, \\ W_n = \{z \in H : \langle z - x_n, x_1 - x_n \rangle \leq 0\}, \\ x_{n+1} = P_{H_n \cap W_n}x_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

ただし,  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は  $\liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$  を満たすとする. このとき, 点列  $\{x_n\}$  は  $P_{A^{-1}0}x_1$  に強収束する. ここで,  $P_{A^{-1}0}$  は  $H$  から  $A^{-1}0$  の上への距離射影である.

大沢-高橋 [24] は (4.3) で定義された極大単調作用素  $A$  のリゾルベント  $J_r$  を用いて, Solodov-Svaiter[31] の拡張定理を得た.

定理 4.4 ([24]).  $E$  を一様凸で一様に滑らかな Banach 空間とし,  $A \subset E \times E^*$  を  $A^{-1}0 \neq \phi$  となる極大単調作用素とする. 点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する.

$$\begin{cases} x_1 \in E, \\ y_n = J_{r_n}x_n, \\ H_n = \{z \in E : \langle y_n - z, J(x_n - y_n) \rangle \geq 0\}, \\ W_n = \{z \in E : \langle x_n - z, J(x_1 - x_n) \rangle \geq 0\}, \\ x_{n+1} = P_{H_n \cap W_n}x_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

ただし,  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は  $\liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$  を満たすとする. このとき,  $\{x_n\}$  は  $P_{A^{-1}0}x_1$  に強収束する. ここで,  $P_{A^{-1}0}$  は  $E$  から  $A^{-1}0$  の上への距離射影である.

この節の最後に, 大沢-高橋 [24] とは異なる Solodov-Svaiter の拡張定理を述べる. 上村-高橋 [11] は (4.2) で定義されたリゾルベントを用いてつぎの強収束定理を得た.

定理 4.5 ([11]).  $E$  を一様凸で一様に滑らかな Banach 空間とし,  $A \subset E \times E^*$  を  $A^{-1}0 \neq \emptyset$  となる極大単調作用素とする.  $r > 0$  に対して,  $Q_r = (J + rA)^{-1}J$  とし, 点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する.

$$\begin{cases} x_1 \in E, \\ y_n = Q_{r_n}x_n, \\ H_n = \{z \in E : \langle z - y_n, Jx_n - Jy_n \rangle \leq 0\}, \\ W_n = \{z \in E : \langle z - x_n, Jx_1 - Jx_n \rangle \leq 0\}, \\ x_{n+1} = Q_{H_n \cap W_n}x_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

ただし,  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は  $\liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$  を満たすとする. このとき,  $\{x_n\}$  は  $Q_{A^{-1}0}x_1$  に強収束する. ここで,  $Q_{A^{-1}0}$  は  $E$  から  $A^{-1}0$  の上への準距離射影 (generalized projection) である.

## 5 新しい非線形写像と近接点法

これまで, Hilbert 空間での距離射影を拡張する Banach 空間での非線形射影を 3 つ取り扱った. すなわち, 距離射影  $P_C$ , サニー非拡大射影  $\Pi_C$ , 準距離射影  $Q_C$  である. これらは, (2.2), (2.3), (4.1) によって特徴付けられている. そこで  $E$  を Banach 空間とし,  $C$  を  $E$  の部分集合とするとき

$$\langle x - R_Cx, J(R_Cx) - J(y) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C$$

を満たすような  $E$  から  $C$  の上への第 4 の射影  $R_C$  が存在するだろうかという疑問が自然に湧く [38]. その疑問に答えるのがこの節である.

$E$  を滑らかな Banach 空間とし,  $D$  を  $E$  の空でない閉凸集合とする. このとき, 写像  $R : D \rightarrow D$  が準非拡大 (generalized nonexpansive) であるとは,  $F(R) \neq \emptyset$  であり, かつ

$$\phi(Rx, y) \leq \phi(x, y), \quad \forall x \in D, \forall y \in F(R)$$

が成り立つことである. この写像に関してつぎの定理がいえる.

定理 5.1 ([6]).  $E$  を滑らかで狭義凸な Banach 空間とし,  $C$  を空でない集合とする. また,  $R_C$  を  $E$  から  $C$  の上への射影とする. このとき,  $R_C$  がサニーかつ準非拡大になる必要十分条件は

$$\langle x - R_Cx, J(R_Cx) - J(y) \rangle \geq 0, \quad \forall x \in E, \forall y \in C \quad (5.1)$$

となることである. ただし,  $J$  は  $E$  から  $E^*$  への双対写像である.

$E$  を滑らかで狭義凸な Banach 空間とし,  $C$  を空でない集合とする. このとき,  $E$  から  $C$  の上へのサニー準非拡大射影は一意に決まる. そこで, 滑らかで狭義凸な Banach 空間の場合に,  $E$  から  $C$  の上へのサニー準非拡大射影を  $R_C$  で表すことにする.

$E$  を滑らかで、回帰的な狭義凸 Banach 空間とし、 $B \subset E^* \times E$  を極大単調作用素とする。このとき

$$R(J^{-1} + \lambda B) = E, \quad \forall \lambda > 0$$

である。よって、 $x \in E$  に対して、 $x^* \in E^*$  が存在して、 $x \in J^{-1}x^* + \lambda Bx^*$  となる。 $E$  は滑らか、かつ回帰的で狭義凸なので、ある  $z \in E$  が存在して、 $x^* = J(z)$  となる。だから、 $x \in E$  に対して

$$x \in J^{-1}J(z) + \lambda BJ(z) = z + \lambda BJ(z) \subset R(I + \lambda BJ)$$

である。そこで、 $\lambda > 0$  と  $x \in E$  に対して、 $R_\lambda$  を

$$R_\lambda x = \{z \in E : x \in z + \lambda BJ(z)\}$$

である定義しよう。すると、 $D(R_\lambda) = E$  であり、かつ任意の  $x \in E$  に対して、 $R_\lambda x$  は一点からなる。 $R_\lambda$  の定義域と値域は  $D(R_\lambda) = R(I + \lambda BJ)$  であり、 $R(R_\lambda) = D(BJ)$  であることもよい。ただし、 $I$  は恒等作用素である。 $R_\lambda$  は  $B$  のリゾルベントと呼ばれ

$$R_\lambda = (I + \lambda BJ)^{-1}$$

で表される。

**定理 5.2 ([6]).**  $E$  を Fréchet 微分可能なノルムをもつ一様凸 Banach 空間とし、 $B \subset E^* \times E$  を  $B^{-1}0 \neq \emptyset$  となる極大単調作用素とする。このとき、つぎが成り立つ。

- (1) 任意の  $x \in E$  に対して、 $\lim_{r \rightarrow \infty} R_r x$  が存在し、その極限は  $(BJ)^{-1}0$  に属する;
- (2)  $x \in E$  に対して、 $Rx = \lim_{r \rightarrow \infty} R_r x$  と置くならば、 $R$  は  $E$  から  $(BJ)^{-1}0$  の上へのサニー準非拡大射影である。

定理 5.2 中の  $R$  はこれまでに発見されていなかった Banach 空間における新しい非線形射影である。これらの結果を用いて、茨木-高橋 [7] は Hilbert 空間での上村-高橋の定理 (定理 1.4, 定理 1.5) の Banach 空間への拡張であるつぎの強収束定理、及び弱収束定理を得た。

**定理 5.3 ([7]).**  $E$  を一様凸で、一様に滑らかな Banach 空間とし、 $B \subset E^* \times E$  を  $B^{-1}0 \neq \emptyset$  となる極大単調作用素とする。 $r > 0$  に対して、 $R_r = (I + rBJ)^{-1}$  とする。 $x_1 = x \in E$  とし、点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する。

$$x_{n+1} = \alpha_n x + (1 - \alpha_n) R_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ただし、 $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} r_n = \infty$$

を満たすとする。このとき、点列  $\{x_n\}$  は  $R_{(BJ)^{-1}0}(x)$  に強収束する。ここで、 $R_{(BJ)^{-1}0}$  は  $E$  から  $(BJ)^{-1}0$  の上へのサニー準非拡大射影である。

**定理 5.4 ([7]).**  $E$  を一様凸で、一様に滑らかな Banach 空間とし、その相対写像  $J$  が弱点列的連続 (weakly sequentially continuous) であるとする。 $B \subset E^* \times E$  を  $B^{-1}0 \neq \emptyset$  となる極大単調作用素とし、 $r > 0$  に対して、 $R_r = (I + rBJ)^{-1}$  とする。 $x_1 = x \in E$  とし、点列  $\{x_n\}$  をつぎのように定義する。

$$x_{n+1} = \alpha_n x_n + (1 - \alpha_n) R_{r_n} x_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ただし,  $\{\alpha_n\} \subset [0, 1]$  と  $\{r_n\} \subset (0, \infty)$  は

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \alpha_n < 1, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} r_n > 0$$

を満たすとする. このとき, 点列  $\{x_n\}$  は  $(BJ)^{-1}0$  の点に弱収束する.

## 6 おわりに

本稿では最適化理論における近接点法を Banach 空間で議論することによって Rockafellar の定理と関連する多くの収束定理が得られた. さらに, Hilbert 空間の場合では現れない多くの非線形写像や非線形射影の存在を知った. 最近では, Banach 空間のリゾルベントの一般化である非線形写像の研究も進んでいる. 詳しくは [2], [16], [17] を参照せよ.

本稿の最後に, Hilbert 空間の距離射影の拡張である Banach 空間における 4 つの射影を同じ条件の下で比較してみたいと思う.  $E$  を滑らかで回帰的な狭義凸 Banach 空間とし,  $C$  を空でない  $E$  の閉凸集合であるとする.  $P_C, \Pi_C, Q_C, R_C$  で  $E$  から  $C$  の上への距離射影 (metric projection), サニー非拡大射影 (sunny nonexpansive retraction), 準距離射影 (generalized projection), サニー準非拡大射影 (sunny generalized nonexpansive retraction) をそれぞれ表すとする. このとき,  $x \in E$  と  $z \in C$  に対して

$$\begin{aligned} z = P_C x &\Leftrightarrow \langle z - y, J(x - z) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C, \\ z = \Pi_C x &\Leftrightarrow \langle x - z, J(z - y) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C, \\ z = Q_C x &\Leftrightarrow \langle z - y, J(x) - J(z) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C, \\ z = R_C x &\Leftrightarrow \langle x - z, J(z) - J(y) \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C \end{aligned}$$

が成り立つ. ただし  $J$  は  $E$  上の双対写像である.

## 参考文献

- [1] Y. I. Alber, *Metric and generalized projections in Banach spaces: Properties and applications*, in Theory and Applications of Nonlinear Operators of Accretive and Monotone Type (A. G. Kartsatos Ed.), Marcel Dekker, New York, 1996, pp. 15–20.
- [2] K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, *Three generalizations of firmly nonexpansive mappings: Their relations and continuity properties*, J. Nonlinear Convex Anal. **10** (2009), 131–147.
- [3] J. Diestel, *Geometry of Banach spaces, Selected Topics*, Lecture Notes in Mathematics **485**, Springer, Berlin, 1975.
- [4] O. Güler, *On the convergence of the proximal point algorithm for convex minimization*, SIAM J. Control Optim. **29** (1991), 403–419.
- [5] B. Halpern, *Fixed points of nonexpanding maps*, Bull. Amer. Math. Soc. **73** (1967), 957–961.
- [6] T. Ibaraki and W. Takahashi, *A new projection and convergence theorems for the projections in Banach spaces*, J. Approx. Theory **149** (2007), 1–14.

- [7] T. Ibaraki and W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for new resolvents of maximal monotone operators in Banach spaces*, Advances in Mathematical Economics, **10** (2007), 51–64.
- [8] S. Kamimura, F. Kohsaka and W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for maximal monotone operators in a Banach space*, Set-Valued Anal. **12** (2004), 417–429.
- [9] S. Kamimura and W. Takahashi, *Approximating solutions of maximal monotone operators in Hilbert spaces*, J. Approx. Theory **106** (2000), 226–240.
- [10] S. Kamimura and W. Takahashi, *Weak and strong convergence of solutions to accretive operator inclusions and applications*, Set-Valued Anal. **8** (2000), 361–374.
- [11] S. Kamimura and W. Takahashi, *Strong convergence of a proximal-type algorithm in a Banach space*, SIAM J. Optim. **13** (2002), 938–945.
- [12] M. Kikkawa and W. Takahashi, *Strong convergence theorems by the viscosity approximation methods for nonexpansive mappings in Banach spaces*, in Convex Analysis and Nonlinear Analysis (W. Takahashi and T. Tanaka Eds.), Yokohama Publishers, Yokohama, 2007, pp. 227–238.
- [13] F. Kohsaka and W. Takahashi, *Strong convergence of an iterative sequence for maximal monotone operators in a Banach space*, Abstr. Appl. Anal. **2004** (2004), 239–249.
- [14] F. Kohsaka and W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for minimax problems in Banach spaces*, in Nonlinear Analysis and Convex Analysis (W. Takahashi and T. Tanaka, Eds.), Yokohama Publishers, 2004, pp. 203–216.
- [15] F. Kohsaka and W. Takahashi, *Generalized nonexpansive retractions and a proximal-type algorithm in Banach spaces*, J. Nonlinear Convex Anal. **8** (2007), 197–209.
- [16] F. Kohsaka and W. Takahashi, *Existence and approximation of fixed points of firmly nonexpansive-type mappings in Banach spaces*, SIAM J. Optim. **19** (2008), 824–835.
- [17] F. Kohsaka and W. Takahashi, *Fixed point theorems for a class of nonlinear mappings related to maximal monotone operators in Banach spaces*, Arch. Math. **91** (2008), 166–177.
- [18] W. R. Mann, *Mean value methods in iteration*, Proc. Amer. Math. Soc. **4** (1953), 506–510.
- [19] B. Martinet, *Regularisation, d'inéquations variationnelles par approximations succesives*, Revue Francaise d'Informatique et de Recherche Operationelle, 1970, pp. 154–159.
- [20] S. Matsushita and W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for relatively nonexpansive mappings in Banach spaces*, Fixed Point Theory Appl. **2004** (2004), 37–47.
- [21] S. Matsushita and W. Takahashi, *A strong convergence theorem for relatively nonexpansive mappings in a Banach space*, J. Approx. Theory **134** (2005), 257–266.
- [22] J. J. Moreau, *Proximité et dualité dans un espace Hilberien*, Bull. Soc. Math., France **93** (1965), 273–299.

- [23] K. Nakajo and W. Takahashi, *Strong convergence theorems for nonexpansive mappings and nonexpansive semigroups*, J. Math. Anal. Appl. **279** (2003), 372-378.
- [24] S. Ohsawa and W. Takahashi, *Strong convergence theorems for resolvent of maximal monotone operator*, Arch. Math. **81** (2003), 439-445.
- [25] Z. Opial, *Weak convergence of the sequence of successive approximations for nonexpansive mappings*, Bull. Amer. Math. Soc. **73** (1967), 591-597.
- [26] S. Reich, *Weak convergence theorems for nonexpansive mappings in Banach spaces*, J. Math. Anal. Appl. **67** (1979), 274-276.
- [27] R. T. Rockafellar *Characterization of the subdifferentials of convex functions*, Pacific J. Math. **17** (1966), 497-510.
- [28] R. T. Rockafellar *On the maximality of sums of nonlinear monotone operators*, Trans. Amer. Math. Soc. **149** (1970), 75-88.
- [29] R. T. Rockafellar, *Monotone operators and the proximal point algorithm*, SIAM J. Control Optim. **14** (1976), 877-898.
- [30] M. V. Solodov and B. F. Svaiter, *A hybrid projection - proximal point algorithm*, J. Convex Anal. **6** (1999), 59-70.
- [31] M. V. Solodov and B. F. Svaiter, *Forcing strong convergence of proximal point iterations in a Hilbert space*, Math. Program. **87** (2000), 189-202.
- [32] W. Takahashi, *Fan's existence theorem for inequalities concerning convex functions and its applications*, in Minimax Theory and Applications (S. Simons and B. Ricceri, Eds.), Kluwer Academic Publishers, 1998, pp. 241-260.
- [33] W. Takahashi, *Iterative methods for approximation of fixed points and their applications*, J. Oper. Res. Soc. Japan **43** (2000), 87-108.
- [34] W. Takahashi, *Nonlinear Functional Analysis*, Yokohama Publishers, Yokohama, 2000.
- [35] W. Takahashi, *Convex Analysis and Approximation of Fixed Points*, Yokohama Publishers, Yokohama, 2000 (Japanese).
- [36] W. Takahashi, *Fixed point theorems and proximal point algorithms*, in Nonlinear Analysis and Convex Analysis (W. Takahashi and T. Tanaka, Eds.), Yokohama Publishers, 2003, pp. 471-481.
- [37] W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for nonlinear operators of accretive and monotone type and applications*, in Nonlinear Analysis and Applications (R. P. Agarwal and D. O'Regan, Eds.), Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 891-912.
- [38] W. Takahashi, *Convergence theorems for nonlinear projections in Banach spaces*, in RIMS Kokyuroku 1396 (M. Tsukada, Ed.), 2004, pp. 49-59.

- [39] W. Takahashi, *Convergence theorems and nonlinear projections in Banach spaces*, in Banach and Function Spaces (M. Kato and L. Maligranda, Eds.), Yokohama Publishers, Yokohama, 2004, pp. 145–174.
- [40] W. Takahashi, *Introduction to Nonlinear and Convex Analysis*, Yokohama Publishers, Yokohama, 2005 (Japanese).
- [41] W. Takahashi, *Weak and strong convergence theorems for nonlinear operators and their applications*, in RIMS Kokyuroku 1443 (T. Maruyama, Ed.), 2005, pp. 1–14.
- [42] W. Takahashi, *Viscosity approximation methods for resolvents of accretive operators in Banach spaces*, J. Fixed Point Theory Appl. **1** (2007), 135–147.
- [43] W. Takahashi, *Proximal point algorithms and four resolvents of nonlinear operators of monotone type in Banach spaces*, Taiwanese J. Math. **12** (2008), 1883–1910.
- [44] W. Takahashi, *Viscosity approximation methods for countable families of nonexpansive mappings in Banach spaces*, Nonlinear Anal. **70** (2009), 719–734.
- [45] W. Takahashi and Y. Ueda, *On Reich's strong convergence theorems for resolvents of accretive operators*, J. Math. Anal. Appl., **104** (1984), 546–553.
- [46] R. Wittmann, *Approximation of fixed points of nonexpansive mappings*, Arch. Math. **58** (1992), 486–491.

**\* 2009 年度研究集会報告**

国際数理科学協会 2009 年度研究集会が平成 21 年 8 月 1 2 日高橋正先生のお世話のもとで神戸大で行われた。

**「確率モデルと最適化」研究部会研究集会**

**プログラム**

- 11 : 20 ~ 12 : 00 Colonel Blotto Game について  
寺岡義伸 (近畿大学 経営学部)
- 13 : 10 ~ 13 : 50 ラフ集合を用いた献立推奨システム  
加島 智子 (大阪大学 大学院情報科学研究科)
- 13 : 50 ~ 14 : 30 時刻に依存した割引率をもつ 2 人売り出しサイレント・ゲーム  
北條 仁志 (大阪府立大学 大学院理学系研究科)
- 14 : 40 ~ 15 : 20 提携値に関する不完全情報協力ゲームの構築へ向けて  
梶屋 聡 (大阪大学 大学院基礎工学研究科)
- 15 : 20 ~ 16 : 00 競合環境下での不確実性を伴う施設配置問題に対する解法アプローチ  
宇野剛史 (徳島大学 総合科学部)
- 16 : 10 ~ 16 : 50 Copula の多重従属な競合リスクモデルにおける識別可能性問題への応用  
米山寛二 (兵庫県立大学 環境人間学部) この研究集会は、

日本オペレーションズ・リサーチ学会「不確実性下の意思決定モデリング」研究部会

担当主査：大西匡光（大阪大学 大学院経済学研究科）

幹事：西原 理（大阪大学 大学院経済学研究科）

との共催で開催された。

国際数理科学協会「確率モデルと最適化」研究部会世話人

寺岡義伸（近畿大学 経営学部）

北條仁志（大阪府立大学 大学院理学系研究科）

### 「統計的推測と統計ファイナンス」分科会研究集会

プログラム：午前の部

10:00～10:30 坂本 琢磨（大阪府立大学 理学系研究科 情報数理科学専攻）

『確率微分方程式モデルによるオプションプレミアムの導出』

10:30～11:00 南 健太（大阪府立大学 理学系研究科 情報数理科学専攻）

『生存時間解析における尤度に基づく推測』

11:00～12:00 藤井 孝之（統計数理研究所）

『尖点パラメータに関する推定量の漸近的性質について』

プログラム：午後の部

13:00～14:00 熊谷 悦生（大阪大学 基礎工学研究科）

Information Loss of Extracted Series in AR(1) model

14:00～15:00 地道 正行（関西学院大学 商学部）

『財務データベースサーバの構築』

15:15～16:15 林利治（大阪府立大学 理学系研究科）

『取引に手数料がかかる下でのオプションの価格付け』

### 統計的デザイン，組合せ的デザインとその周辺

11:00～11:30 市村尚代（大阪府立大学大学院工学研究科）

Cox 比例ハザードモデルを用いたデータ解析

11:30～12:00 田口和規（大阪府立大学工学部）

分割型ユニットをもつ2因子実験の構成法

### \* 2010年研究集会開催

来年は大阪大学工学研究科八木厚志先生のお世話で行います。日程等は未定ですが、開催を予定しているグループは準備を始めておいてください。ここ数年発表グループが固定しているようですが、拡大することを願っております。

## \* 雑誌の案内

会員の属する大学等で、最近数学関係の雑誌は大学の法人化などで手に入れるのが経済的に困難なところもあるのではないのでしょうか。ここ協会には諸外国より、有名な雑誌が送られてきています。例えば、次の様な雑誌です。

- (1) Acta Scientiarum Mathematicarum
- (2) Annali scuola normale superiore - pisa - classe di scienze
- (3) Annals de L'Institut Fourier
- (4) Annals of Mathematics
- (5) Bollettino Unione Matematica Italiana (sezione A , B )
- (6) Bulletin of the Australian Mathematical Society
- (7) Canadian Journal of Mathematics
- (8) Colloquium Mathematicum
- (9) Communications on pure and Applied Mathematics
- (10) Indiana University Mathematics Journal
- (11) Journal of the London Mathematical Society
- (12) Memoirs of the American Mathematical Society
- (13) Monatshefte für Mathematik
- (14) Portugaliae Mathematica
- (15) Proceedings of the Japan Academy (series A , B)
- (16) Quarterly of Applied mathematics
- (17) Revista Matematica Iberoamericana
- (18) Revue Roumaine de Mathematiques Pures et Appliquee
- (19) Serdica Mathematical Journal
- (20) Tohoku Mathematical Journal 東北数学雑誌

その他、多くの外国からの寄贈があります。また、日本で発行の著名な雑誌もあります。もし、先生の教室でこれらの雑誌に興味がありましたら、協会宛ご連絡下さい。研究に役立つことを希望いたします。

## \* 機関会員募集

機関会員の特典としては

- (1)本屋より SCMJ を購入すると、print 版 45,000 円ですが、機関会員になると、print 版 33,000 円で **online も見ることができます。**
- (2)会員でない 2 名の方を準会員（会費不要）として登録することができます。これにより、page charge（別刷代金）が会員と同じ扱いになります。
- (3)上の準会員 2 名は online で SCMJ を見る事ができます。
- (4) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。大学、研究所等が協会から SCMJ 誌の直接購入すると、今年から online も無料で見るできるようになりました。機関会員の申込用紙です。適当にお使い下さい。  
上にも書きましたように、2006 年より発効の機関会員制度により各機関会員に所属の研究者 2 名を

会費無料で準会員として登録しますと、準会員が SCMJ に accept された論文を掲載するときの page charge (別刷代金) は会員と同額とすることにしました。

この新しい制度の機関会員の P.R. を、日本国内外 (BRICS 諸国など) 400 大学に向けて、昨年 1 月から始めています。同時に今迄の SCMJ 投稿者で会員でない方、また、個人会員および (機関会員の) 準会員加入の P.R. も始めています。

**\* Application for Academic and Institutional Member of ISMS**

<b>Subscription of SCMJ</b>	□Print + Online (¥33,000, US\$300)
<b>University (Institution)</b>	
<b>Department</b>	
<b>Postal Address</b> where SCMJ should be sent.	
<b>E-mail address</b>	
<b>Person in charge</b>	Name: Signature:
<b>Payment</b> Check one of the two.	□Bank transfer      □Credit Card (Visa, Master)
<b>Name of Associate Members</b>	1.
	2.

正会員の特典としては(1)online で SCMJ をみることが出来ます。(2)論文の掲載時に page charge(別刷代金)が随分と安くなる。

(3) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。6,000 円を支払うと、hard-copy の SCMJ が一年を通じて手に入ります。

(4) 10 年間個人会員を続けると、国内会員は 70,000 円、外国会員は US\$600、途上会員は US\$500 を支払うと生涯会員となれます。

2008 年度からの会費

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	¥9,000	US\$75, €60	US\$117, €93
3 年 A 会員	¥24,000	US\$200, €160	US\$117, €93
単年度 S 会員	¥ 5,000	US\$40, €32	US\$27, €21
3 年 S 会員	¥12,000	US\$100, €80	US\$71, €57
生涯会員	¥90,000	US\$740, €592	US\$616, €493

日本語が出来る方の入会の申込用紙です。また、英語版も書いて頂くことになります。近く Net 上で申し込み可能となるようにしますので、入会しようとする方はそれをご利用下さい。

**\* 正会員申込用紙**

**正会員入会申込書**

氏名		英語名	
次の2つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。			
所属先住所	〒		
住所	〒		
専門分野	表 f*より選んで○で囲って下さい f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14		
E-mail address		電話番号	
		Fax 番号	
会員区分 該当部分にチェック	<input type="checkbox"/> A1 一般1年 <input type="checkbox"/> A3 一般3年 <input type="checkbox"/> S-A1 高齢者又は学生1年 <input type="checkbox"/> S-A3 高齢者又は学生3年 <input type="checkbox"/> 生涯会員		
所属先の施設	<input type="checkbox"/> ビデオ会議可能 <input type="checkbox"/> 遠隔会議可能 <input type="checkbox"/> コンピューターセンター		
所属先の通信システム	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP		
所属大学等が機関会員	<input type="checkbox"/> 会員である <input type="checkbox"/> 会員でない		
SCMJのプリント版の購入			
<input type="checkbox"/> 希望 1年に付き 1年会員 9,000円、3年会員 8,000円**		<input type="checkbox"/> 希望しない	
高齢会員を申し込む場合	生年月日	学生会員の場合は在学証を添付	
日付			
私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することもしません。		署名	

\* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。\*\*ただし、3年間一括の場合は24,000円です。この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

## Application form for an individual member of ISMS

Family Name		First & Middle Name	
Check one of the following addresses to which "Notices from the ISMS" should be sent.			
Address of your institution (university)	<input type="checkbox"/>		
Home address	<input type="checkbox"/>		
Special fields*	f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14		
E-mail address		Tel.	
		Fax	
Membership category** (Circle one)	A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL		
Check the facilities your institution has.	Conference room(s) for video conference Computer center		
Communication system of your institution	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP		
Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?	<input type="checkbox"/> Yes <input type="checkbox"/> No		
I subscribe to the printed version of SCMJ.	<input type="checkbox"/> ¥6,000 (US\$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1, D1 and SD1. <input type="checkbox"/> ¥5,500 (US\$55, €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL. <input type="checkbox"/> In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US\$150, €120).		
For the aged member, write your birth year.		For the student member, student registration certificate should be attached.	
Date of Application			
I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.			
Signature			

\* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

\*\*Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

**ISMS (JAMSの継続) 会員募集**

ISMSの出版物：ISMSは、創刊より約60年、国際的に高い評価を得ている *Mathematica Japonica* (M.J.)と、その姉妹誌で電子 *Journal* と *Paper* 誌とを持つ、*Scientiae Mathematicae* (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、“21世紀 MJ/SCM New Series, *Scientiae Mathematicae Japonicae* (SCMJ)”として、電子版は2000年9月より発行してきました。印刷版は、1978年1月より、年間6冊、700~1200頁を出版しています。全体として230巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の1)~7)です。

- 1) Editorial Boardには、国内だけでなく、海外15カ国の著名な研究者40名が参加している。
- 2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
- 3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
- 4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
- 5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
- 6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間0で発行されます。
- 7) *Mathematical Review*, *Zentralblatt* に from cover to cover で review されている。

ISMSの研究集会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMSには内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。(本誌45号 3p 及び Notices March 2006 9p を御参照下さい)

ISMSの学術賞：会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS賞、JAMS賞、Shimizu賞、Kunugui賞、Kitagawa賞を設けている。(詳しくは本誌45号2p会則13条を御参照下さい)

<ISMSの会員の特典> 1. SCMJ電子版の購読 (print outも含む) 無料。2. SCMJ print版の少額での購読 (下表1)。3. Page charge(別刷代金)の discount (下表2)。

<機関購読会員の特典> 1. 機関内の2名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。2. 準会員は会員と同じ page charge(別刷代金)の discount を受けることが出来る。

表1  
【雑誌購読費】

	正会員(1年)	正会員(3年)	機関会員	定価
Print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500* US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320
Online	Free	Free		
Online+print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500 US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320

\*3年会員のみ、雑誌購読費3年前分払いの場合は¥15,000になります。

著者の方には、SCMJを1冊送料込みで1,200円またはUS\$12で購入できます。

表2  
【ページチャージ】

	ISMS members	Non-members
p	¥ 3,500 (US\$35, €23)	¥ 4,000 (US\$40, €27)
Tex	¥ 2,000 (US\$20, €14)	¥ 2,500 (US\$25, €17)
LateX2e, LaTeX	¥ 700 (US\$ 7, € 4)	¥ 1,000 (US\$10, €7)
Js (ISMS style file)	¥ 500 (US\$ 5, € 3)	¥ 800 (US\$ 8, € 5)

別刷作成について、次の費用の分担をお願いします。原稿の組版についての連絡費、抜刷送料等の事務処理として、一編について¥1,000、及び上表の各原稿の種類による組版費を請求させていただきます。

(2008年 Vol.67 から実施)

表3  
【2008年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度A会員	¥9,000	US\$ 75, €60	US\$ 45, €36
3年A会員	¥24,000	US\$ 200, €160	US\$ 117, €93
単年度S会員	¥5,000	US\$ 40, €32	US\$ 27, €21
3年S会員	¥12,000	US\$ 100, €80	US\$ 71, €57
生涯会員**	¥90,000	US\$ 740, €592	US\$ 616, €493

\*\*過去10年以上、正会員であった方に限る。

A会員は正会員を指し、S会員は、学生会員と高齢会員(70歳以上)を指します。

国際数理科学協会

International Society for Mathematical Sciences

〒590-0075 堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内

Tel: (072)222-1850 / Fax: (072)222-7987

URL: <http://www.jams.or.jp>