
日本数理科学協会会報

39 / 2005 . 5

編集委員 藤井正俊 (委員長)/ 藤井淳一

目次

*自己組織化現象と数学解析	*3月23日「Bonjour」の報告
*執行役員立候補の報告と今後の日程	*国際研究集会 Organizer 募集
*2004年決算報告	*接続テストの実施について

自己組織化現象と数学解析

八木厚志

1 自己組織化モデル 自己組織化という科学概念がいつどのように誕生したのか、必ずしも明確ではないようです。物理化学的な秩序形成、DNA情報を基にする生命体の組織形成、言語・経済・社会現象に見出せる自己組織化など様々な分野で同時多発的に（しかし恐らくその深層では関連性をもって）このような現象を理解するための共通の切り口として誕生したと見れるようです。これらの中で、自己組織化の観点から現象を読み解いた最初の明確な成功例は、やはり、物理化学分野でのB-Z反応に対するNicolis-Prigogine [1] やレーザー発振に対するHaken [2] の研究だった言えると思います。

典型的な自己組織化のイメージとは（勿論、数学的な意味での厳密な定義はまだありませんが）閉じられた一つの系があり、しかしそれは開放系で適当にエネルギーの流れが存在し、系を構成する複数種の要素がエネルギーを取り込みながらしかし系内に限られた自発的な力のみによって自律的に秩序構造を創り上げて行く過程と考えることができるでしょう。系の状態を規定する幾つかのパラメータが存在し、その内、秩序構造の形成に大きく寄与する制御パラメータと呼ばれるものが存在する場合があります（あるいは、どのパラメータがそのような制御パラメータであるかを決定すること自体、重要な課題になることも考えられます）。この場合、制御パラメータが十分小さいときは非常に単純な構造（一様な構造）しか形成されず、同パラメータが大きくなるにしたがって単純構造は安定性を失って非一様な様々な構造が出現し始め、さらにパラメータの増加に伴い構造の複雑さの度合いは大きくなり、最後にはカオス的な状態に至るというストーリーが考えられています。このようなステージ変化が実際に起こり得ることが、大腸菌の集合パターンを記述するモデル方程式を使って最近調べられました。また、Hakenはこのような自己組織化は限られた有限な自由度の下に展開される過程であると述べています（隷属性の原理）。

このような現象をマクロスケールで数学モデルで記述すると、何らかの意味で拡散の伴った非線形拡散方程式となります。通常、系には複数種の構成要素が存在しますから、必然的に連立拡散方程式系となります。細胞の機能分化を表現すると考えられるTuringの拡散誘導不安定性モデル [3] やB-Z反応モデル [4] は、反応拡散方程式系として表されます（微分方程式論の用語では、半線形拡散方程式系）。さらに、大腸菌の走化性モデル [5] や金属表面吸

着一酸化炭素分子の非線形移流モデル [6] は相互作用を伴う拡散方程式系（準線形拡散方程式系）として表されます。また、競合関係にある異種生物種の横断的拡散による棲み分けの現象 [7] も相互作用を伴う拡散方程式系として表されます。最近は、腫瘍の血管新生モデル [8] や森林動態モデル [9] など提案されていますが、これらは拡散方程式と常微分方程式の連立方程式で表されます。

2 数学解析の枠組み 上述のような非線形拡散方程式系を解析するための数学的枠組みは何か。解析の第1段階として、先ず、初期値に対して解を構成する必要があります。このとき、このように多彩な方程式系をそれぞれ個別の方法で解くのでは効率的ではありません。解法のための分かり易くかつ広い応用範囲を有するテクニックが必要となります。このような意味において、Banach 空間における抽象放物型発展方程式の理論が適用されます。同理論には、解析半群の理論に依拠する半群法とガレルキン近似を用いる変分法の2法があります。特に、前者は吉田耕作により創始された解析半群の理論 [10] を基盤として構築されます（[11] 参照）。

初期値に対して一意性のある解が構成できたら、次の段階として、解の時間大域的な挙動を調べるために抽象発展方程式から定まる力学系を考えます。このように Banach 空間を全空間とするような無限次元力学系は、主に流体方程式の研究を通して、Vishik [12] や Temam [13] により発展させられました。有限次元力学系の理論と類似的に、平衡点（定常解）、平衡点の安定性と不安定性、安定多様体と不安定多様体、アトラクタなどの諸概念が導入されます。

特に、無限次元力学系特有の概念として Temam 等により導入され注目されているのが指数アトラクタ（族）です。指数アトラクタは、グローバルアトラクタを含むコンパクト不変集合で、有限なフラクタル次元を有し、すべての軌道を指数的に引き付ける極限集合として定義されます。指数アトラクタには、一意性はなく、グローバルアトラクタを層をなして取り囲む集合族として存在します、外側にあるほどその次元は大きいものの軌道を短時間で引き付け、逆にグローバルアトラクタに近いほど次元は小さいものの引き付けは鈍くなります。すべての指数アトラクタの共通集合は、グローバルアトラクタそのものに他なりません。指数アトラクタを構成するには、力学系の非線形半群が、いずれかの時点において、縮小作用素のコンパクト作用素による摂動になっていることが本質的であることが分かっています。非線形半群が、いずれかの時点で縮小作用素であれば、Banach の不動点定理からその力学系には唯一の平衡点が存在しすべての軌道はその平衡点に指数的に引き寄せられることが容易に示されます。このように、指数アトラクタは、縮小半群に対応する指数的安定平衡点を、縮小半群のコンパクト作用素摂動に対応させて自然に拡張した概念であることが見て取れます。この事実について論じたノート [14] が、本会の SCMJ 誌に掲載される予定です。

3 数学構造と数値シミュレーション 最も重要な段階は、それぞれの自己組織化モデルについてそれが有する数学構造を明らかにすることです。定常解の構造では、先ず空間一様定常解について、それらの存在あるいは非存在、存在する場合の安定性あるいは不安定性、不安定な場合の不安定多様体の構成とその次元評価などを調べる必要があります。幸いなことに、これらのことはすべて放物型発展方程式に対する線形化理論を用いることにより容易に調べ上げることができます。特に、非一様な空間構造の形成という意味においては、系の支配的

なパラメータすなわち制御パラメータが（ア・プリアリに分かっている場合とそうでない場合が有り得ますが）大きくなるにつれて空間一様定常解が不安定化することが重要となります。次に、空間一様定常解からの分岐構造を調べるのが重要な課題となります。一様定常解が不安定化し、そこから安定な非一様解が分岐することが分かれば、間接的に非一様定常解の存在が示されたこととなります。さらには、2次分岐なども必要な課題となります。しかしながら、これらのことをすべて調べ尽くすことは現在の分岐理論の限界を超える問題であり容易ではありません。

次に、モデル方程式系のアトラクタを調べるのが課題となります。特に、指数アトラクタの族が構成できれば、その系のダイナミクスは有限個の限られた自由度に支配されていると考えられ、先の空間一様定常解の不安定化と合わせるとこれだけで何らかの非一様構造の形成が数学解析の面から暗示されることとなります。さらに、指数アトラクタ族は強いロバスト性を有しており内部パラメータの変化に対して連続的に変動すること [15]（グローバル・アトラクタは上半連続性しか一般に有しない）、および空間変数の離散化に対して時間大域的に安定であることが示されています [16]。このようなロバスト性は、モデル方程式系の数値シミュレーションに対する信頼性を間接的に保証するものとなります、すなわち離散モデル方程式系の解（近似解）は有限な時間区間においてのみ真の解を近似していると考えられますが、指数アトラクタが存在する場合には、近似解も連続モデル方程式系の指数アトラクタの近傍に指数的に引き寄せられ以後ずっとその近傍内に留まることが保証されます。

具体的なモデル方程式系については、例えば大腸菌の走化性モデルについてその数学構造を調べる研究が進んでいます。本モデルは指数アトラクタ族を有していることが分かっています [17, 18]。また、パターン解は過渡パターン、発展パターン、漸近パターンの3種類に大きく分けられること、過渡パターンには同心円パターンとミシン目同心円パターンが見出せること [16]、発展パターンとしてはネットワークパターンが存在すること [20]、漸近パターンとしては蜂の巣パターン、帯状パターン、ミシン目パターン、動的ミシン目パターンが存在しこれらは走化性パラメータの増大と共に順次出現すること、さらに同パラメータが大きくなると指数アトラクタの次元は無限大へと発散すると共にカオス的斑点パターンが出現すること [21] がそれぞれ明らかにされています。

しかしながら、実際のモデル方程式系に対してその数学構造を調べる問題は、まだ始まったばかりで他のモデルについては今後の研究発展が期待されるところです。

参考文献

- [1] G. Nicolis and I. Prigogine, *Self-Organization in Nonequilibrium System*, John Wiley & Son, 1977. 邦訳, 散逸構造, 岩波書店, 1980.
- [2] H. Haken, *Synergetics*, Springer, 1977. 邦訳, 協同現象の数理, 東海大学出版会, 1980.
- [3] J. D. Murray, *Mathematical Biology, II (3rd ed.)*, Springer, 2003.
- [4] J. S. Kirkaldy, *Spontaneous evolution of spatiotemporal patterns in materials*, 1983, Rep. Prog. Phys. **55**(1992), 723-795.
- [5] M. Mimura and T. Tsujikawa, *Aggregating pattern dynamics in a chemotaxis model including growth*, Physica A **230**(1996), 499-543.
- [6] M. Hildebrand, M. Kuperman, H. Wio, A. S. Mikhailov and G. Ertl, *Self-organized chemical nanoscale microreactors*, Phys. Rev. Letters **83**(1999), 1475-1478.

- [7] N. Shigesada, K. Kawasaki and E. Teramoto, *Spatial segregation of interacting species*, J. theor. Biol. **79**(1979), 83-99.
- [8] H. G. Othmer and A. Stevens, *Aggregation, blowup and collapse: The abc's of taxis in reinforced random walks*, SIAM J. Appl. Math. **57**(1997), 1044-1081.
- [9] Yu. A. Kuznetsov, M. Ya Antonovsky, V. N. Biktashev and E. A. Aponina, *A cross-diffusion model of forest boundary dynamics*, J. Math. Biology **32**(1994), 219-232.
- [10] K. Yosida, *Functional Analysis (6th ed.)*, Springer, 1980.
- [11] A. Yagi, *Quasilinear abstract evolution equations*, "Evolution Equations, Semigroups and Functional Analysis" eds. A. Lorenzi and B. Ruf, Birkhäuser, 2002, 381-397.
- [12] A. V. Babin and M. I. Vishik, *Attractors of Evolution Equations*, North-Holland, 1992.
- [13] R. Temam, *Infinite-Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics (2nd ed.)*, Springer, 1997.
- [14] Y. Takei and A. Yagi, *Fixed point of contraction and exponential attractors*, Sci. Math. Japonicae, to appear.
- [15] M. Efendiev and A. Yagi, *Continuous dependence on a parameter of exponential attractors for chemotaxis-growth system*, J. Math. Soc. Japan **57** (2005), 167-181.
- [16] M. Aida and A. Yagi, *Global stability of approximation for exponential attractors*, Funkcial. Ekvac. **47** (2004), 251-276.
- [17] K. Osaki, T. Tsujikawa, A. Yagi and M. Mimura, *Exponential attractor for a chemotaxis-growth system of equations*, Nonlinear Analysis **51** (2002), 119-144.
- [18] M. Aida, K. Osaki, T. Tsujikawa, A. Yagi and M. Mimura, *Chemotaxis-growth system with a singular sensitivity function*, Nonlinear Analysis, Real World Applications **6** (2005), 323-336.
- [19] M. Aida and A. Yagi, *Target pattern solutions*, Sci. Math. Japonicae **59**(2004), 577-590.
- [20] T. Tsujikawa *Stability of aggregating patterns in a chemotaxis model including growth*, "Reaction-Diffusion Equations and their Applications and Computational Aspects" eds. T. T. Li et al., World Scientific, 1997, 159-165.
- [21] M. Aida, T. Tsujikawa, M. Efendiev, A. Yagi and M. Mimura, *Lower estimate of attractor dimension for chemotaxis growth system*, Preprint.

執行役員の立候補の報告と今後の日程

井関清志

新会則を実行する日程は、3月30日 officers の立候補締め切り（会報38号4頁）となっておりますが、当日までに、President は井関清志、出納官は西田俊夫、Secretaries は(1) 研究集会、国際交流担当 八木厚志、(2) 出版、SCMJ 交換誌、会員担当 堤陽、(3)SCMJ、Notices 編集担当 石原忠重 の各1名の立候補者がいました。日程では各 officer の分担業務を示して、投票が行われることになっていますが、各担当について、候補が単数ですので、(1) 投票は行わず、3月31日付け当選の取り扱いにさせていただきます。(2)Board of Officers による Council の member の nomination を4月30日までに、WWW、email、または郵送による信任投票をお願い致します。その際、海外の理事は理事会等に遠隔参加できる方が好ましいわけですが、2005年中には無理としても、2006年、2007年中には多くの国で Access 可能と見込まれます。それで海外理事の一部を経過措置として、暫定的に空席としておくことも許容することにします。

信任投票の結果、及びその他の役員については、決まり次第、WWW、Notice、会報に公示致します。

2004 年決算報告

会計委員 植松康祐

2004 年 1 月 1 日～12 月 31 日迄の決算がされて 3 月 31 日、西田俊夫、長田尚両監事の監査を受け下記決算が正しいとの報告を受けましたので、ここに報告します。

猶、2005 年予算欄は空白となっておりますが、国公立校の独法化の為、7 月にならないと雑誌購読費がいくら計上出来るか判らないという協力校があり、予算が確定出来ない為、9 月の総会で提出させて頂きます。

また、日本での学術団体の会計報告のやり方によって報告をしているわけですが、AMS 等、海外学外では予算決算の公表はされていない様です（会計は Broad of Trustee 等で大変厳正に扱われている様です。）ので英文での Notices 等への掲載は従来通り致しません。

2004 年度 貸借対照表 (04/1/1—04/12/31)

(¥) 会計

借 方			貸 方		
科 目	期 首	期 末	科 目	期 首	期 末
固定資産			協会活動予備資金	12,794,476	12,794,476
流動資産	43,218,358	39,924,441	出版基盤強化積立金	3,000,000	3,000,000
定期預金	2,000,000	2,000,000	清水基金	1,000,000	1,000,000
\$ 国債 1	12,794,476	12,794,476	TOTAL INDEX 積立金	1,000,000	1,000,000
\$ 国債 2	6,359,500	6,359,500	設備更新積立金	10,000,000	8,000,000
借事務所保証金	1,077,615	1,077,615	IT 機器積立金	6,359,500	6,359,500
普通預金	20,648,679	17,359,939	事務所移転積立金	1,077,615	1,077,615
現金	338,088	332,911	事務機購入積立金	2,000,000	1,500,000
			減価償却積立金	2,000,000	1,500,000
			回転資金	338,088	332,911
			繰越金	3,648,679	3,359,939
合 計	43,218,358	39,924,441	合 計	43,218,358	39,924,441

外貨会計 (CITIBANK)

借 方			貸 方		
科 目	期 首	期 末	科 目	期 首	期 末
固定資産					
流動資産	\$30,986.55	\$76,442.62			
定期預金			\$-準備金		
普通預金	\$30,986.55	\$76,442.62	繰越金	\$30,986.55	\$76,442.62
\$ 国債利息		\$24,751.00			
合 計 \$	\$30,986.55	\$76,442.62	合 計 \$	\$30,986.55	\$76,442.62
合 計 (ユ-ロ)	€ 5,662.92	€ 5,666.08	合 計 (ユ-ロ)	€ 5,662.92	€ 5,666.08
合 計 ¥	¥412,345	¥397,315	合 計 ¥	¥412,345	¥397,315

* 2004 年 本代として \$ 12,800.00(小切手) を現金化して口座へ入金

\$ 国債 1 = \$ 320,000.00

\$ 国債 2 = \$ 70,000.00 利息先取り分 \$ 24,751.00 は CITIBANK に入金 (2004/12/3)

2004 年度 決算 予算表 (日本数理科学協会)
(04/1/1—04/12/31)

収入

科 目	03 年度決算	04 年度予算	04 年度決算
前年度繰越金	5,253,484	3,648,679	3,648,679
刊行物頒布代(書店)	1,047,600	2,500,000	2,128,094
会員有料頒布代			
会費			
機関会員 A	2,200,000	3,000,000	3,100,000
機関会員 B	0	132,000	
機関会員 C	0		
賛助会員(国内)	1,954,135	1,900,000	1,833,265
正会員(国内)	1,310,120	1,500,000	784,200
SCM 頒布代			
正会員(国外)	18,339	200,000	18,225
ページチャージ(国内)	791,460	800,000	1,153,675
ページチャージ(国外)	47,717	100,000	33,440
IT 機器積み立て金取り崩し		3,000,000	3,000,000
(イ)減価償却積立金取り崩し分	3,000,000		
(ロ)回転資金取り崩し分	555,628		342,288
預金利子	406		323
定期解約	6,876		
雑収入			
合 計	16,185,765	16,780,679	16,042,189

* 未収金 ¥1,200,000

支出

科 目	03 年度決算	04 年度予算	04 年度決算
通信交通輸送費(イ+ロ+ハ)	2,306,043	2,500,000	2,862,923
(イ)編集通信交通費			
(ロ)査読通信費			
(ハ)抜刷等輸送費			
印刷費	1,547,200	1,500,000	1,516,525
組版委託費	1,444,200	1,400,000	1,395,780
SE 委託費	594,600	500,000	838,875
消耗品代	27,967	30,000	41,327
備品代(OA 機器 soft 等)	1,219,019	3,000,000	638,254
人件費	2,799,600	2,800,000	2,868,320
借事務所代	1,316,824	1,300,000	1,358,820
電話代	645,244	600,000	707,084
振込料	19,960		15,025
手数料			
会報代(含送料)	36,000	50,000	
研究集会費	240,000	400,000	
コピー費	2,341		106,406
基礎財産へ繰入			
予備費等		2,700,679	
次年度回転資金	338,088		332,911
次年度繰越金	3,648,679		3,359,939
合 計	16,185,765	16,780,679	16,042,189

今日は、Prof. 母露夫 (?), Prof. Szajowski

事務局 堤陽 石原忠重

3月23日夕方17時30分から阪大中之島センターの遠隔会議システムをお借りした海外との遠隔会議のテストを致しました。

日本時間17時30分から19時まで、主としてProf. Mazalovと坂口実先生、堤陽とが話をされましたが、Prof. Mazalovはご自分で漢字で母露夫(?)と名乗られ、列席の我々(井関、中西、長田尚、八木厚志、石原)を驚かされました。19時頃からはポーランドとも接続できて、Prof. Szajowskiは論文ではおなじみの方であるが、初対面でまさに「今日は」でした。

もともとIVMS(海外との遠隔会議)は、2003年12月2日に阪大工学部U棟232のSCSをお借りして、SonyのシステムでルーマニアのProf. Rusと日本側の井関清志先生、八木厚志先生(阪大)、高橋渉先生(東工大)、渚勝先生(千葉大)等10名位を結んで実際の開催を検討したわけですが、ルーマニアはISDNで、我々をつなぐのが難しく、onlineは諦めて、WWWでの集会になりました。

2回目はProf. Hindmanの受賞講演を阪大Convention Centerで、国内はSCSで、海外はSonyのシステムで結ぶつもりで行ったが、Sonyのシステムが海外とのonline接続が結局うまくできなくて、Prof. Hindman, Prof. Comfort, Prof. Blassの3氏のDVD及びCD版に切り替えて国内のみで行わざるを得なかった。

2004年に入ると、IT専門の宮原秀夫先生が阪大の新しい総長になられ、遠隔国際会議を事業の重要な一つとする”知の燈台”Osaka Nakanoshima Centerが発足しました。さすが阪大、さすが宮原秀夫先生であり、国際研究交流の新しい時代を画するもので、JAMSもこれを利用してもらうつもりで、2004年10月26日、大阪国際大学の韓研究室と遠隔研究集会のテストを行いました。(会報37号をご参照下さい。)

今回の3月25日のテストは、第4回にあたるわけですが、第3回のテストが結局、国内との接続のみであったので、予めProf. Mazalov、Prof. Szajowskiと連絡を取り、接続の準備を整えた上で実施したものです。坂口実先生はじめ、Prof. Mazalov、Prof. Szajowski氏等のGame theory Groupが先進的な試みをされた訳ですが、今回は充分成功して、将来の国際研究集会の事業の一つのbreak throughを与え、JAMSの将来にも明るい展望を与えるものになったと評価しています。3人の先生、及び3つの国の関係者の積極的なご支援に深く感謝するものです。

世界のITのインフラや技術は急速に進んでおり、我々の目標とする2008年までにはヨーロッパ、アメリカは勿論、中国、韓国、インド等々も含めて世界と結び、極めて簡単に費用も格段に安い、研究集会が普通に行われるようになる事を予想しています。

終わりに技術的なことを付記します。

1. 3月23日のモスクワ大学のMazalov教授のsystemはCUSeeMe, Ver.5でこれはPC用のもので、当方の音声は伝わらない。先方からは映像と音声共に伝達された。文字情報はノートPCから伝えられたので通信は成功した。同教授はモスクワも当方と同じTandbergのsystemを入れよう、さらに有意義な交流をしたいとのことでした。

2. ポーランドのクラコフ大学のSzajowski教授とは映像と共に双方向伝達可能であった。

3. 今回の試みでわかったことは、双方のIPアドレスと開始時刻の確認、その時刻での双方のsystemのスイッチ・オンが必要であります。

4. 予定され、協力いただいた大阪国際大学遠隔会議systemとの接続は教授会使用とかさなった為延期された。ナポリ大、韓国のBCKalgebraグループ等との接続は次回以降へと持ち越された。

国際研究集会 Organizer 募集

2006年及び2007年の国際研究交流の募集を行なっています。日本国内の研究groupの方、海外研究者の方、又は、国際的研究groupの方々に、2006年、2007年に国際研究集会を開催してみようかと思う方は、ISMS事務局宛に御連絡下さい。(62-1, March 2005の鷺色の6ページScheme of Videoconference 2),3)を参照)

この研究集会を実行するには、何も難しい事はありませんが、次の2つの方法

- (1) 阪大中之島 Center に出かけて、研究集会をされる方
- (2) 大阪に来られないで、Organizer の手近かなシステムを利用して、中之島 Center には、on line で接続され、研究集会を行われる方に分けた場合、(2)の方は、Organizer の方のシステムと中之島 Center のシステムをつないでみる事前のテストが必要と言う事です。
- (3) 又当然ながら、海外の相手方との事前のテストも必要です。(テストは、2005 年からでも始められます。)
- (4) 今後の接続は、ADSL か光 fiber 回線によるものに限り、ISDN による接続は、行わない事とします。(又、SCS 接続も当分の間は、使わない事にします。)
- (5) 接続相手のシステムは、各国、各大学等でいろいろで、実際につないでテストを試みる事になります。又テストをするには、上記 3月23日の報告の通り、双方の IP アドレスと開始時刻の事前の確認、とその時刻での双方の system のスイッチ・オンが必要です。
- (6) 以上 システムがちゃんと結べれば、技術的な事は、何も知らなくても全く問題ないと御理解ください。なお接続先は、中之島 Center 以外に内外合せて3ヶ所である事と、時差の考慮が、勿論必要です。

接続テストの実施について

2006年、2007年の研究集会のための接続の調査と、第2回のテストを、本年7月～9月の間に行います。調査の第一段階は、Organizer をやって頂ける方を調べることとなりますが、昨年末発行の会誌37号3Pでお願いしています、“数理科学国際交流推進委員会”の委員の方は勿論、この機会に国際研究集会をやってみようかという方はどなたでも事務局 scm4j@jams.jp まで、次の事項について御連絡をお願いします。また、研究の相手方個人に加えて、研究所、大学、学術団体等について、JAMS と Joint Meeting が可能かどうかの調査ができれば大変便利かと思えます。

1. The name of the organizer
2. E-mail address
3. Title of the planned session
4. Name of the co-organizers of the joint universities / societies and their affiliations
5. The dates of the test you desire in order
 - (1)
 - (2)
 - (3)
6. Name of research organizations (universities, institutions, or societies) with which you would like to have a joint meeting.

日本数理学協会

Japanese Association of Mathematical Sciences

〒590-0075 堺市南花田口町2-1-18 新堺東ビル内

Tel(0722)22-1850 / Fax(0722)22-7987

URL <http://www.jams.or.jp>