一般社団法人
国際数理科学協会会報

No.133/2025.7

編集委員： 藤井淳一（委員長）

目次

国際数理科学協会 2025 年度年会予定

年会担当理事 濵田 悦生

今年度は、以下のように「統計的推測と統計ファイナンス分科会」のプログラム、「確率モデルと最適化分科会」のプログラムと講演募集のお知らせ、「代数, 論理, 幾何と情報科学分科会」の開催日程のお知らせがあります。よろしくお願いします。

「統計的推測と統計ファイナンス」分科会研究集会

世話人: 地道 正行 (関西学院大学 商学部)
連絡先: 濵田 悦生 (大阪工業大学 情報科学部)
日時: 2025 年 8 月 24 日 (日) 10:30 – 17:00
場所: 関西学院大学梅田キャンパス 1408 教室

プログラム

午前の部

10:30–10:50 **市橋咲奈, 勝見桃子, 河本陽菜*, 鶴原啓真, 難波寛弥, 福井美優, 伏見泰祐, 正井彩葉, 宮崎綾平, 地道正行** (関西学院大学 商学部)

『探索的レシートデータ解析: 主成分分析と地理的加重回帰による地域別消費傾向の探索』

(経営科学系研究部会連合協議会 令和 6 年度 データ解析コンペティション, 「日本マーケティング・サイエンス学会市場予測のための消費者行動分析研究部会」, 関西予選 最終報告会参加・発表論題, 最優秀賞受賞, 本選 最終報告会参加・発表論題, 日本ソーシャルデータサイエンス学会奨励賞受賞, チーム名: MJ Solutions)

10:50–11:10 **高田知彰** (大阪工業大学 大学院情報科学研究科), **濵田 悦生** (大阪工業大学情報科学部)

『熱中症警戒アラート導入による搬送者数の変化の検証』

11:10–11:30 **松岡洸志** (大阪工業大学 大学院情報科学研究科), **濵田 悦生** (大阪工業大学情報科学部)
『大阪府における三都市駅周辺の飲食店舗の特徴について』

11:30–12:10 **倉田澄人**（九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所）
『基底関数を用いた回帰モデルに対する頑健な推定と選択について』

午後の部

13:30–14:10 **濵田 悦生** (大阪工業大学 情報科学部)
“ On the maximum value of Cramer's V ”

14:10–14:50 **地道正行** (関西学院大学 商学部), **川崎能典** (統計数理研究所), **宮本大輔** (政策研究大学院大学 政策研究科), **阪 智香** (関西学院大学 商学部), **永田修一** (関西学院大学 商学部)
『DuckDB によるデータベース構築: NEEDS 企業財務データの利用』

14:50–15:10 **地道正行** (関西学院大学 商学部)
『Apple Vision Pro のためのデータ可視化アプリケーションの AI 駆動開発 (仮)』

15:10–15:20　　休憩

15:20 – 16:00 **川崎能典** (統計数理研究所 学際統計数理研究系)
『ヴァインコピュラの切断問題におけるモデル選択 』

16:00 - 16:40 **林 利治** (大阪公立大学 大学院情報学研究科)
『不均衡分類問題における重み付きオーバーサンプリング』

16:40 - 17:00　　総合討論

「確率モデルと最適化」分科会研究集会

世話役 : 北條仁志（大阪公立大学）
（日本オペレーションズ・リサーチ学会　研究部会「確率最適化とその応用」
主査 堀口正之（神奈川大学）, 幹事 王琦（長崎総合科学大学）との共催）
日時 : 2025 年 8 月 23 日 (土) 14:00 – 17:00
開催方法 : Zoom によるオンライン形式

プログラム

14:00-14:05　開会のあいさつ
14:05-14:25　**谷口大宙**, **北條仁志**（大阪公立大学大学院情報学研究科）
『アンチワードを導入したネーミングゲームモデル』
概要 : ネーミングゲームは個人間のコミュニケーションを通じて集団の意見収束プロセスを捉えるモデルである。本研究では複数の合意が共存するアンチワードを導入したネーミングゲームモデルを提案す

る。シミュレーションにより合意形成におけるアンチワードの影響を調査し、収束過程や結果について従来のモデルと比較し分析する。

14:25-14:45　**松本隼人，北條仁志**（大阪公立大学大学院情報学研究科）

『動的役割付与型ネーミングゲームによるイノベーション普及プロセスの分析』

概要：本研究では、新しい言葉や製品が社会に普及する過程を動的な役割分化の観点からモデル化する。エージェント間の相互作用と成功体験に基づき、イノベーター理論の各採用者層が創発的に決定されるネーミングゲームを構築する。このリアルタイムな役割獲得と行動変化のフィードバックが、普及パターンに与える影響をシミュレーションにより検証する。

14:50-15:10　**源隆哉，鈴木陸斗，王瀚東，堀口正之**（神奈川大学大学院理学研究科）

『抽象空間上のマルコフ決定過程とその最適政策について』

概要：マルコフ決定過程では、状態と決定空間にコンパクト性がない場合での最適政策の存在性を示すために最適値関数の inf-compact 性を仮定する手法がある。そのもとでの最適政策の存在性を明らかにし推移確率、政策で適切な確率過程を構成できることを保証する Ionescu Tulcea の拡張定理について述べる。

15:10-15:30　**鈴木陸斗，源隆哉，王瀚東，堀口正之**（神奈川大学大学院理学研究科）

『確率計画法における優先順位制約ナップサック多面体 (PCKP)』

概要：確率計画問題は不確実要素による実行不可能性から、実行可能解が存在する等価確定問題として定式化されることが一般的に知られている。本研究では、その等価確定問題の一つである確率的制約条件付き最適化問題について誘導被覆の概念を定義し、さらに優先順位制約ナップサック多面体（PCKP）による再定式化を考察する。

15:45-16:45　**渡辺俊一**（東京情報大学）

『（仮）Common fixed point theorems について』

概要：TBA

16:45-16:55　ショートコミュニケーション

16:55-17:00　閉会のあいさつ

参加ご希望の方は、8 月 21 日 (木) までに hojo[at]omu.ac.jp ([at] を @ に代えてご送信ください。) までご連絡ください。後日に Zoom 接続情報をご連絡いたします。

「代数, 論理, 幾何と情報科学」研究集会

今年度の「代数, 論理, 幾何と情報科学研究集会」については、以下の通りです。

日程： 9/1（月）〜 9/2（火）
場所：産業技術総合研究所 関西センター
世話人：西澤弘毅（神奈川大学）

＊ 寄稿

同次な擬算術数値平均は冪平均に限る

藤井 淳一（大阪教育大学 名誉教授）

狭義単調関数 F について、正の数の 2 項演算

$$x\,\mathsf{m}_F y = F^{-1}((1-t)F(x) + tF(y))$$

は、x と y の**擬算術平均**と呼ばれ多くの研究がなされていて、私も「作用素版」について、幾何学的考察を交えて論文を書きました [3]。その代表的なものに**冪平均**があります: $t \in [0,1]$, $r \in [-1,1]$ について

$$x\,\#_{t;r} y = ((1-t)x^r + ty^r)^{\frac{1}{r}}\,.$$

これは、$r = 1, 0, -1$ で、算術・幾何・調和平均になる、代表的な平均の媒介変数表示です（$r = 0$ の場合は $r \to 0$ の極限と考えます）。t の方は、平均が $t = 0,\,1$ で値が $x,\,y$ となる「x から y への path」を示しており、個人的には各 r で、正作用素のなす多様体の（フィンスラー）幾何学があるものと予想していましたが、残念ながら $r = 1, 0, -1$ のケース以外はないという事が分かりました [2]。

求めていた幾何学の特徴は、path が測地線になるもので、Corach-Porta-Recht [1] らが指摘したもので、**CPR 幾何学**と呼んでいますが、Uhlmann[7] の相対エントロピーを作用素化し（その測地線の初期微係数として）「相対作用素エントロピー」に相当するものが得られることは、亀井栄三郎先生との共著で、早くからわかっていました [4]。Uhlmann の手法は quadratic interpolation と呼ばれる平均の path がベースになっていましたので、特に作用素平均の場合、**interpolational path** と呼びました : $s, t, u \in [0,1]$ について、

$$(A\,\mathsf{m}_s B)\mathsf{m}_t(A\,\mathsf{m}_u B) = A\,\mathsf{m}_{(1-t)s+tu} B.$$

なかでも、**冪作用素平均**

$$A\,\#_{t;r} B = A^{\frac{1}{2}}\left(1 - t + t(A^{-\frac{1}{2}}BA^{-\frac{1}{2}})^r\right)^{\frac{1}{r}}\,.$$

はその典型例だったので、ほかに上記の幾何学が実現できるものが無いかどうかを模索していましたが、宇田川-山崎-柳田 [6] によって、個人的には衝撃的な結果が出されました :「**interpolational path は冪平均のそれに限る**」。彼らは、数値平均の場合も考察しており、「**数値的に interpolational なものは、擬算術平均に限る**」というこれも驚きの結果を出していました。その「差異」が何かは気になっていたものの、後者の結果の主眼は「擬算術平均はすべて interpolational」という主張だと思われます。しかし今回の話は、数値的擬算術平均の結果での個人的なギャップを埋めるものです。

とあることから（今更ながらですが）、Uhlmann の方法はもっと一般化できることがわかってきて、それが古典的な Schröder equation の逆問題であることを 関数方程式のテキスト [5] で知りました。この方程式の事も初めて知ったのですが、それ以上にもっと驚くことに（単に著者が無知なだけかもしれませんが、偶然にも）練習問題として次の事実が載っていることを見つけました :「**擬算術（数値）平均が同次的なら冪平均になる**」という事が、$t = \frac{1}{2}$ に限りますが、詳細に書かれていたのです。ここでいう同次的とは、 $\alpha > 0$ について

$$(\alpha x)\mathsf{m}(\alpha y) = \alpha(x\,\mathsf{m}\,y)$$

が成り立つことで、(久保-安藤) 作用素平均では仮定されていることです。つまり、実質的な「差異」はなかったという事でした。今回はそれを一般の $t \in [0,1]$ について、再構成したいと思います。

まずは擬算術平均の**アフィン変換不変性**から始めます:

補題. $\underline{\underline{\mathsf{m}_F = \mathsf{m}_G \iff \text{片方のアフィン変換}; G(x) = a + bF(x)\ (b \neq 0)}}$.

Proof. $F^{-1}((1-t)F(x) + tF(y)) = G^{-1}((1-t)G(x) + tG(y)))$
の仮定で、両辺 G を作用させ、$v = F(x)$, $w = F(y)$ とすると、

$$G(F^{-1}((1-t)v + tw)) = (1-t)G(F^{-1}(v)) + tG(F^{-1}(w))$$

となり、狭義単調関数 $G \circ F^{-1}$ についての Jensen 等式が成り立つので、凹かつ凸, すなわち非定数アフィン関数であり:

$$G(x) = G \circ F^{-1}(v) = a + bv = a + bF(x)$$

となる $a, b\,(b \neq 0)$ がある。逆は明らか。 $\square$

次に**平行移動可能**な擬算術平均の形を決めましょう ($z\,\mathsf{m}_t z = z$ に注意):

補題. $\underline{\underline{(x+z)\mathsf{m}_F(y+z) = x\,\mathsf{m}_F y + z \iff F(x) = a + bx \quad \text{or} \quad F(x) = a + bs^x}}.$

Proof. $G_z(x) = F(x+z)$ とすれば、補題 1 より、零点を持たない $b(z)$ によって

$$F(x+z) = G_z(x) = a(z) + b(z)F(x)$$

である[1]。ここで、$x = 0$ より、

$$F(z) = a(z) + b(z)F(0)$$

となるので、$\tilde{F}(x) = F(x) - F(0)$ と置くと、

$$\tilde{F}(z) = a(z) + b(z)F(0) - F(0) \quad \text{と変形できて、}$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(x+z) &= F(x+z) - F(0) = a(z) + b(z)F(x) - F(0) = b(z)F(x) + a(z) - F(0) \\ &= b(z)\tilde{F}(x) + b(z)F(0) + a(z) - F(0) = b(z)\tilde{F}(x) + \tilde{F}(z) \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$b(x)\tilde{F}(z) + \tilde{F}(x) = \tilde{F}(z+x) = \tilde{F}(x+z) = b(z)\tilde{F}(x) + \tilde{F}(z) \qquad (*)$$

より、恒等式 $(b(x)-1)\tilde{F}(z) = (b(z)-1)\tilde{F}(x)$ が得られることに注意して、$(*)$ の場合分けをする。

(1) $b \equiv 1$ の場合: $\tilde{F}(x+z) = \tilde{F}(x) + \tilde{F}(z)$ より、$\tilde{F}$, F はアフィン関数で算術平均に帰着する。

(2) $\exists c;\ b(c) \neq 1$ の場合: $d = \dfrac{\tilde{F}(c)}{b(c)-1}$ とすると、上記の恒等式により $\tilde{F}(x) = d(b(x)-1)$ となって、

$$d(b(x+z)-1) = \tilde{F}(x+z) = b(z)\tilde{F}(x) + \tilde{F}(z) = db(z)(b(x)-1) + d(b(z)-1)$$

[1] これは **Vincze equation** と呼ばれ、以下その解法によります。

なので、整理すると、$b(x+z)=b(x)b(z)$ [2] より、 $g(x)=\log b(x)$ について、

$$g(x+y)=\log b(x+y)=\log b(x)b(y)=\log b(x)+\log b(y)=g(x)+g(y)$$

より、g も単調関数なので $g(x)=s_0x$ (**Cauchy equation** の解), 即ち $b(x)=s^x$ （$s=e^{s_0}>0$）になり、$\tilde{F}(x)=ds^x-d$ より、 $F(x)=(F(0)-d)+ds^x$ と書ける。 $\square$

後者のケースでは $x\,\mathsf{m}_t y=\log_s((1-t)s^x+ts^y)$ となりますが、これは同次でなく平行移動可能平均ですので、書き直しが必要になります。さていよいよ本題の証明にかかります:

主題の証明. $H(x)=F(e^x)$, $H^{-1}(y)=\log(F^{-1}(y))$ とすると、

$$\begin{aligned} x\,\mathsf{m}_H y &= H^{-1}((1-t)H(x+z)+tH(y+z)) = H^{-1}((1-t)F(e^xe^z)+tF(e^ye^z)) \\ &= \log F^{-1}((1-t)F(e^ze^x)+tF(e^ze^y)) = \log((e^ze^x)(\mathsf{m}_F)_t(e^ze^y)) = \log\left(e^z(e^x(\mathsf{m}_F)_te^y)\right) \\ &= \log(e^x(\mathsf{m}_F)_te^y)+z = \log\circ F^{-1}((1-t)F(e^x)+tF(e^y)) \\ &= H^{-1}((1-t)H(x)+tH(y))+z = x\,\mathsf{m}_H y+z \end{aligned}$$

となって、m_H は平行移動可能擬算術平均になり、補題 2 より場合分けをする:

(1) $H(x)=a+bx$ の場合： $F(x)=H(\log x)=a+b\log x$ となって、

$$x(\mathsf{m}_F)_ty=x^{1-t}y^t$$

が得られることは、既知である（$a=0$, $b=1$ のアフィン変換で対数の擬算術平均だから）。

(2) $H(x)=a+bs^x$ の場合: $s=e^r$, とすれば、

$$F(x)=H(\log x)=a+be^{r\log x}=a+bx^r$$

アフィン変換で $F(x)=x^r$ とすれば、$F^{-1}(y)=y^{\frac{1}{r}}$ なので（再度補題 1）、

$$x(\mathsf{m}_F)_ty=F^{-1}((1-t)F(x)+tF(y))=((1-t)x^r+ty^r)^{\frac{1}{r}}.$$

前者 (1) は $r\to 0$ のケースなので、全体的に冪平均（$r\in\mathbb{R}$）である。 $\square$

これが練習問題レベルの既知の事実であるのを今頃知る羽目になるとは、数値平均恐るべしです。

参考文献

[1] G.Corach, H.Porta and L.Recht, Geodesics and operator means in the space of positive operators, Int. J. Math., **4**(1993), 193–202.

[2] 藤井淳一, 正作用素の幾何学的性質, 数理解析研究所講究録, **860**(1994), 52–59.

[3] J.I.Fujii, Path of quasi-means as a geodesic, Linear Algebra Appl., **434**(2011), 542–558.

[4] J.I.Fujii and E.Kamei, Uhlmann's interpolational method for operator means, Math. Japon., **34**(1989), 541–547.

[5] C.G.Small, Functional Equations and How to Solve Them, Springer, 2007.

[6] Y.Udagawa, T.Yamazaki and M.Yanagida, Some properties of weighted operator means and characterizations of interpolational means, Linear Algebra Appl., **517**(2017), 217–234.

[7] A.Uhlmann, Relative entropy and the Wigner-Yanase-Dyson-Lieb concavity in an interpolation theory, Commun. Math. Phys., **54**(1977), 22–32.

[2] これ自身 **Cauchy exponential equation** と呼ばれることもあります。