

一般社団法人

国際数理科学協会会報

No.132/2025.4

編集委員：藤井淳一（委員長）

目次

* 寄稿

* 予算決算表

* 貸借対照表

* 寄稿

三角圏のノート

藤井淳一（大阪教育大学名誉教授）

最近のニュースで TQC（トポロジカル量子計算）を使った、マイクロソフトがサポートしている最後発の量子コンピュータのチップ「majorana1」がようやく発表されました（2025.2.19[2]）。この方式は、複雑ではあるが量子雑音に強い方式と言われ、数学的にも興味深い方式ですが、anyon の基本となる majorana 粒子については間違いだった論文も多く、当初の予定からかなり開発が遅れているものと思われる。

TQC と「有理共形場」の表現は同等な概念の一つになりますが、正確にはカイラル代数が関わっています。結局 Hilbert 空間ベースになるものの、Beilinson-Drinfeld のカイラル代数のテキスト [1] は、結構専門的に（導来圏的に）書いてあって読むのに苦労します。手順としては「アーベル圏での層 →（準）接続層（アーベル圏） $\xrightarrow{\text{双対鎖複体}}$ ホモトピー圏（三角圏）→ 導来圏」と道のりは長く、特に三角圏の説明が煩雑です。

そこでせめて色付きの図（数年前に作成）などお供えすることで、少しでもイメージ出来たらと思って作った簡単なノートですが、書き留めさせていただきます。

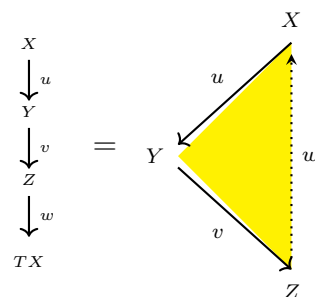
三角圏は、まず次の（射集合が加法群で零対象と直和をもつ）加法圏の同型性から始まります：

$\mathcal{T}$ を加法圏とする。関手 $T : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$ に対し、対象と射からなる 6 つ組 $(X, Y, Z, u : X \rightarrow Y, v : Y \rightarrow Z, w : Z \rightarrow TX)$ を (X, Y, Z, u, v, w) で表す。2 つの組 $(X_i, Y_i, Z_i, u_i, v_i, w_i) (i = 1, 2)$ が同型であるとは、同型

$\alpha : X_1 \rightarrow X_2, \beta : Y_1 \rightarrow Y_2, \gamma : Z_1 \rightarrow Z_2$ が存在して、

$$u_2 \circ \alpha = \beta \circ u_1, v_2 \circ \beta = \gamma \circ v_1, w_2 \circ \gamma = \mathcal{T}(\alpha) \circ w_1$$

が成り立つことである（三角形らしく、 TX の代わりに矢印変更して代用）。



このように ^{shift functor} **移動関手** と呼ばれる可逆な加法的共変関手 $T : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$ （双対鎖複体では $X[1]$ のように右に ^{distinguished triangle} [1] をつけたもの）と、**完全 3 角形** と呼ばれる組 (X, Y, Z, u, v, w) の族 Δ が与えられ、次の条件 (TR1-TR4) を満たすとき $\mathcal{T}$ を**三角圏**と言います：

- (TR1) (1) 完全 3 角形と同型な任意の組 (X, Y, Z, u, v, w) は完全 3 角形
 (2) 任意の射 $u : X \rightarrow Y$ に対し $(X, Y, Z, u, v, w) \in \Delta$ が存在
 (3) 任意の対象 X に対して、 $(X, X, 0, 1_X, 0, 0) \in \Delta$
- (TR2) $(X, Y, Z, u, v, w) \in \Delta \iff (Y, Z, TX, v, w, -Tu) \in \Delta$
- (TR3) 任意の完全 3 角形 $(X, Y, Z, u, v, w), (X', Y', Z', u', v', w')$ について射 $f : X \rightarrow X', g : Y \rightarrow Y'$ が $g \circ u = u' \circ f$ を満たすとき、 $h \circ v = v' \circ g, T(f) \circ w = w' \circ h$ を満たす射 $h : Z \rightarrow Z'$ が存在

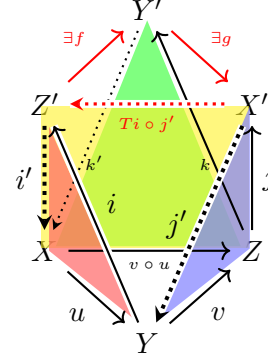
(TR4) **8 面体公理:** 任意の射 $u : X \rightarrow Y, v : Y \rightarrow Z$ に対し完全 3 角形

$$(X, Y, Z', u, i, i'), (Y, Z, X', v, j, j'), (X, Z, Y', v \circ u, k, k')$$

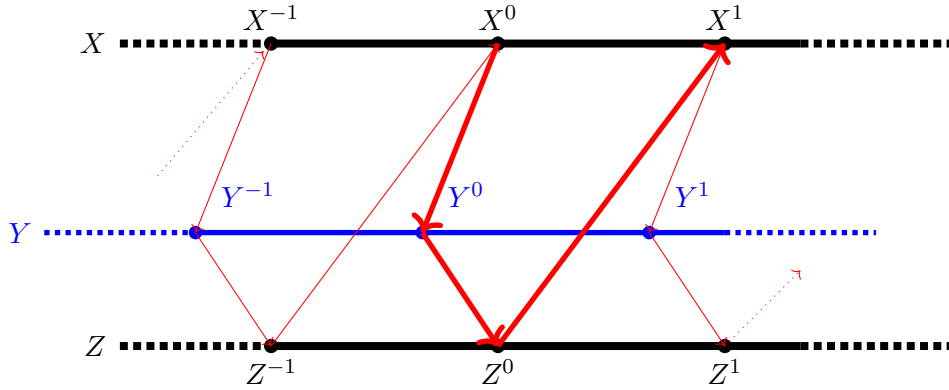
を考えると (図の矢印 $\cdots \rightarrow$ は行き先が移動)、

$$k \circ v = f \circ i, i' = k' \circ f, j = g \circ k, Tu \circ k' = j' \circ g$$

を満たす完全 3 角形 $(Z', Y', X', f, g, Ti \circ j')$ が存在



一番最初の完全三角形の図は、本来点線矢線を書いてあって分かりにくく、ずれを示すために +1 を付してあったりしますが、最初何のことかわかりませんでした。T をコホモロジーのシフトのように扱うと、**三角形が閉じているようで閉じてなくてズレている**のです。コホモロジーの手前で寸止めしているのが、この方面の真髓らしいのですが、結局ずれによってすべてが関連するようになっているのです。下記の図は直観的で図的に理解を助けると思われますが、たくさん関連を調べましたが、見たことがありません (横から見れば三角形は閉じているように見えます)。初心者にとっては描いていてくれたらありがたかったように思います:



参考文献

- [1] A.Beilinson and V.Drinfeld, Chiral Algebras, AMS Colloquium Publ. 51, 2004.
- [2] Microsoft Azure News, 2025.2.19. <https://azure.microsoft.com/en-us/blog/quantum/2025/02/19/microsoft-unveils-majorana-1-the-worlds-first-quantum-processor-powered-by-topological-qubits/>

* 2023年度決算予算表
(2023年/1/1-12/31)

収 入			
科 目	24年度実績	24年度予算	25年度予算
前年度繰越金	-		
	-		
刊行物頒布代(書店)	85,500	300,000	270,000
刊行物頒布代(書店)海外\$より	672,265	600,000	700,000
賛助会員(機関会員)	234,000	270,000	216,000
正会員(国内)	795,000	580,000	450,000
ページチャージ・別刷	21,000	50,000	30,000
事務所解約保証金(特別収入項目)			
設備更新積立金			
(イ)減価償却積立金取り崩し分			
(ロ)回転資金取り崩し分			
(ハ)事務機購入積立金取り崩し分			
預金利子	145,566	150,000	180,000
(\$→¥:調整項目)	1,171,390	1,311,700	1,282,500
雑収入			
合 計	3,124,721	3,261,700	3,128,500
支 出			
科 目	24年度実績	24年度予算	25年度予算
通信交通輸送費(イ+ロ+ハ)	126,175	170,000	150,000
(イ)編集通信交通費	7,360		
(ロ)査読通信費			
(ハ)抜刷等輸送費	118,815	170,000	150,000
原稿料		-	
租税公課			
印刷費	487,177	550,000	650,000
組版委託費・書籍整理費		-	
SE委託費(辻本/加藤)	163,540	230,000	180,000
消耗品代		-	
備品代(OA機器soft,本代, サーバ)	89,155	60,000	62,000
人件費	1,162,000	1,200,000	1,100,000
借事務所代	875,920	810,000	768,000
電話代(インターネット含)	56,367	70,000	60,000
振込料・手数料・インボイス関連費用	24,294	30,000	25,000
電気代	39,249	40,000	40,000
保険料(労働保険・損保)	3,532	15,000	3,500
家賃保証料	6,700	6,700	-
税金・印紙等	70,000	70,000	70,000
会費(学術団体)			
雑費	20,612	10,000	20,000
会議費			
			-
		-	
		-	
合 計	3,124,721	3,261,700	3,128,500

2024年度 貸借対照表
(2024/1/1-2024/12/31)

(¥)会計

借 方			貸 方		
科 目	期 首	期 末	科 目	期 首	期 末
[流動資産]			協会活動予備資金		
(定期預金)	1,347,837	217,995	出版基盤強化積立金	500,000	500,000
			TOTAL INDEX 積立金	414,993	414,993
(普通預金)	1,347,837	217,995	未払費用	0	
(現金)			IT機器積立金		
			事務所移転積立金		
(安全資産ファンド)	6,873,301	6,873,301	事務機購入積立金		
			減価償却積立金		
			回転資金		
			繰越金	7,306,145	6,176,303
合 計	8,221,138	7,091,296	合 計	8,221,138	7,091,296

外貨会計(PRESTIA)

借 方			貸 方		
科 目	期 首	期 末	科 目	期 首	期 末
			協会活動予備資金	\$28,165.37	\$33,335.55
[流動資産]			IT機器積立金		
定期預金(★)	\$21,111.66	\$31,756.56	\$一¥準備金		
普通預金(★)	\$7,053.71	\$1,578.99	繰越金		
\$国債2(★)	\$0.00		合 計 \$	\$28,165.37	\$33,335.55
合 計 \$	\$28,165.37	\$33,335.55			
(ユーロ)(★)	€ 0.00	€ 0.00	(ユーロ)	€ 0.00	€ 0.00
¥マルチマネー	0	0	¥マルチマネー	0	0
¥普通預金	5,555,174	4,693,701	¥普通預金	5,555,174	4,693,701

数理科学推進基金会計

借 方			貸 方		
科目	期 首	期 末	科目	期 首	期 末
清水基金	1,000,000	1,000,000	ISMS受賞基金	1,000,000	1,000,000
功力基金	100,000	100,000	国際研究交流基金	1,737,510	1,737,510
石原	2,000,000	2,000,000	通信費	0	0
その他	538,580	538,580	交通費	0	0
			繰越金	901,070	901,070
合計	3,638,580	3,638,580	合計	3,638,580	3,638,580

★印は、為替相場変動リスクあり。外貨会計 ¥マルチマネー口座は、¥普通預金口座に統一された。