一般社団法人
国際数理科学協会会報

No.108/2018.10

編集委員： 藤井淳一（委員長）

目次

＊寄稿

セル・オートマトンからライフゲーム
― 円周上のライフゲームモデル ―

大阪大学大学院・情報科学研究科・博士後期課程　植松直哉
大阪国際大学・経営情報学研究科　植松康祐

第 1 章　オートマトンとは

オートマトン（automaton）とは自動人形のことであり, セル・オートマトン（cellular automaton, CA）の起源であると言われている. 森下信先生の著書 [1] によると, 歴史上初めて自動装置を作ったのは, アレキサンドリアのヘロンであるとの記載がある. ヘロンとは, 高校の数学で登場した「ヘロンの公式（Heron's Formula）」で知られたギリシャ人の数学・工学者のことである. 彼に関する記述は, 紀元前 3 世紀から紀元 1 世紀まで幅広く, 正確にはわかっていない. およそ 2000 年以上も前に, ヘロンは世界最古と言われる自動扉や蒸気機関（アイオロスの球）の原型となる自動装置を作っていた. この技術の流れは, 時計や人形などに形を変えて伝わっていった. また, 森下信先生の著書 [1] の中には, 次のような記述がある.「西洋のオートマタにせよ, わが国のからくり人形にせよ, 基本的には製作時に動作は決められ, その手順に従って人形は動きを表現する. この動作決定のシナリオは, 現在のコンピュータのアルゴリズム, もしくは, そのアルゴリズムにより具体的に記述されたプログラムに相当する.


図 1 アイオロスの球

コンピュータを利用することがあたりまえの今日では, コンピュータを作動させるためにはプログラムが必要であることは十分認識され, プログラムにそってコンピュータは短時間に大量のデータを加工する.

オートマタやからくり人形が製作された時代には, このような考え方があったとは思えないが, オートマタが「プログラム」を意識して製作されたか否かという問題は, じつは重要である. わが国では, からくり人形は単に技術的な興味に従って製作された感が強いが, オートマタは次節で述べるように神が創造した人間の営みを理解するという意味も含まれていた.　　　製作者がそこまで考えずとも, 文化的な背景としては生物の模倣としてのオートマタがあった. だから, コンピュータを生み出すためのごく初期の「細胞」になり得たと考えても不思議はない.」ここでの記述で, オートマタとあるのは, 森下先生がセル・オートマトンの由来を考えるときに, 自動人形のことを複数形のオートマタと表記し, 区別をされたのである.

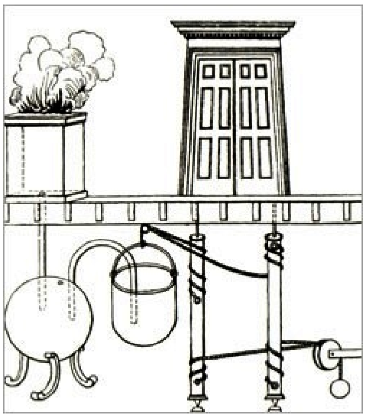


図 2 自動扉の原理図

その後, ルネサンスからバロック時代を経て, より高度なオートマトンが製造されていった. 特に, 17 世紀からオートマトンは, 王侯貴族に愛され, 高度な技術を備えた芸術的価値が高いものが多く存在した. 日本に唯一であろう野坂オートマタ美術館が伊豆高原にある.18 世紀から 19 世紀に作られた貴重なオートマタが数多く展示されており, 世界でも珍しいオートマタだけの美術館である.

これらの自動装置の動きを抽象化する研究が始まったのは, 20 世紀になってからである. そして, 自動装置が動くことは情報の伝達であり, その処理方法は現在のコンピュータの原理につながった. セルオートマトンの理論とそれから生まれたライフゲームに関しては, 次の章で紹介する.

第 2 章　セル・オートマトンとライフゲーム

セル・オートマトン（cellular automaton, CA）の概念は, 1940 年代に John Von Neumann と Stanis?aw Marcin Ulam によって作られた．John Von Neumann は, 20 世紀を代表する大天才の一人であり, 世界最初のプログラム内蔵方式のコンピュータ EDVAC (Electronic Discrete Variable Automatic Computer) の開発に関わった．その功績から，現在使われているコンピュータはノイマン型と呼ばれている．彼の業績は, 数学分野では集合論や関数解析, 物理学分野では量子力学における新しい数学表現, 経済学においてはゲーム理論, そして, 複雑系分野でのセル・オートマトンなどの現在での基礎科学となっている新しい領域を生み出したことである.

Stanis?aw Marcin Ulam は, ポーランド出身の数学者で, 数学分野で多くの貢献をしているが, 水素爆弾の開発で中心的な役割を果たしたことで知られている．1943 年に, Ulam は Neumann の招きで, マンハッタン計画に参加し, その後もロスアラモス国立研究所で研究を続けた．その時期に, 二人はセル・オートマトンの概念を作り上げることになった.

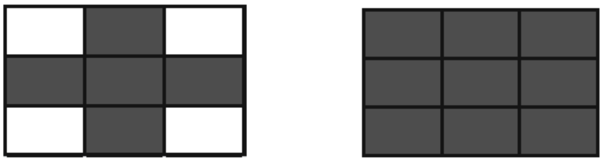
Neumann が興味を持っていたのは, 機械が自分自身と同一の機械を作れることであった．更に, その機械が自分自身より複雑な機械を製造して, 機械が際限なく進化することが可能であるかということを考えていた．Ulam は Neumann に自己再製機械を解析するための抽象的な宇宙を作ってはどうかと勧めたのが始まりであった. (参考文献 [2])

セル・オートマトンを簡単に説明すれば, Excel のように無限に広いセル・シート上でのセルに, ある一定のルールを与えて時間の経過を観察するものである．各セルは, 次の時刻にはすべてのセルが同期して新しい状態に変化する．それぞれの時刻をセル・オートマトンでは, 世代（generation）と呼んでいる．次の世代のセル状態は, 現時点での自分自身の状態と自分を取り巻く近傍（neighborhood）にあるセルの状態によって決定される．1 次元のセル・オートマトンのルールは, 数学ソフトウエアで有名な Mathematica の開発者ウルフラム（Stephen Wolfram）によって次の様に決められている. ここで, 近傍とは自分自身の両隣のセルのことで, 各セルは 0 または 1 の 2 状態を取る. 各セルは, 自分自身と両隣の状態は 23 ＝ 8 通りあり, それぞれに対して次世代の 0 または 1 の状態が決められる. すなわち, その規則群の組み合わせ

は 28 ＝ 256 通りに対して, ルール 0 から 255 に対応させた. たとえば, 次のような場合は, 次の状態で 1 が立っている合計を 2 1 ＋ 23 ＋ 24 ＋ 27 ＝ 2 ＋ 8 ＋ 16 ＋ 64 ＝ 90 をルールの番号としている.（参考文献 [7]）

現在の状態				中央のセルの次の状態
0	0	0		0
0	0	1		1
0	1	0		0
0	1	1	➡	1
1	0	0		1
1	0	1		0
1	1	0		1
1	1	1		0

2 次元のセル・オーマトンでは, そのセルに辺で接する上下左右を近傍（ノイマン近傍）とした．その後, Edward F. Moore は, 点で接する斜めを含めた近傍（ムーア近傍）でのシミュレーションを提案した．



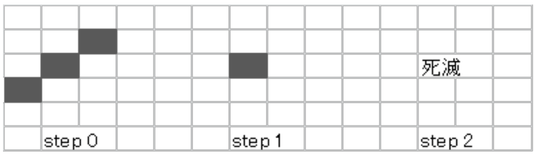
ノイマン近傍　　　　ムーア近傍

Neumann のセル宇宙は, 無限に広いチェス盤と見なすことができる．プレーヤーは, そのチェス盤に駒を配置してゲームをスタートさせる．駒を置いていないところは空として, その後一定の規則に従って, 自動的に刻々と変化する様子を眺めれば良い．Neumann は, このセル宇宙の中で自己再製できるような最初のパターンの存在を証明したことにより, 論理的な世界で自己再製機械が作れることを示した.（参考文献 [2]）

上記で説明したセル・オートマトンは, 正方形のセル集合であったが, その形を 5 角形や 6 角形としたものや, 3 次元に拡張したモデルなども研究されている．　　セル・オートマトンは, 様々な研究分野に影響を与えた．生物学においては, 生命を持った組織活動を化学と物理学に帰着できるかどうかが長年の課題であった．仮想的なセル・オートマトンによって, 非常に複雑な細胞分裂などの生命活動を科学的に説明できる可能性を与えたと言われている．また, 古代ローマ帝国が膨大な領土を拡大したにも関わらず, 滅亡したような歴史的な国家の成立過程や滅亡などが, セル・オートマトンによって説明される. R.Axelrod の「文化伝播モデル」では, 文化には拡散する特性を持つが, 1 つには収斂しないことを示した．このモデルは, 現代のボーダレスな情報化時代にあっても, ある特定の文化が消滅することや全世界を覆い尽くすことはないことを示唆する興味深い結果である．(参考文献 [3], [4]) 最近では, 渋滞学にセル・オートマトンを応用した研究が, 交通渋滞に効果を発揮している．車や人が渋滞する現象は, セルに時間の経過に従った移動のルールを与えることによってシミュレーションすることが可能である．これまでの渋滞学の研究では, 非常に複雑なシミュレーションを行ってきたにも関わらず, 有効な対策は見いだせてなかった．単純なセル・オートマトンが現象の本質を明確にしたことにより, 待ち行列理論などを適応した有効な対策が打ち出されて, その結果が注目されている.（参考文献 [5]）

本論文で注目したのは, セル・オートマトンの流れを受け継ぐライフゲームである．ライフゲームは, 1970 年にイギリスのケンブリッジ大学の数学者 John Horton Conway が作成したコンピュータゲームである．このゲームは, ガードナー（Martin Gardner）が雑誌に取り上げたことで, 世界中で流行した.1974 年に「Time」誌が「ライフゲームの大群が数百万ドルの貴重なコンピュータ時間を食ってしまっている」と苦言を呈したこともあった（参考文献 [2]pp.13）. ライフゲームは, 家庭用のコンピュータで楽しめる単純なゲームのように見えるが, Neumann が考えていた自己再製可能なものが構成できることが実証で

きるゲームであった．Conway は, 2 次元で 2 状態（0 と 1）のセル・オートマトンで作られたライフゲームの宇宙の中に, 我々が生きる世界の変化や複雑性が凝縮されていることを示した．ここで, ライフゲームのルールを紹介する．現状のセルが生存（1）しているとき, 周りの 8 個のセル（ムーア近傍）の中で生存している個数が 2 個または 3 個のときには, 次の世代では生存し, それ以外ならば死滅する．現状のセルが死滅（0）しているとき, 周りの 8 個のセル（ムーア近傍）の中で生存している個数が 3 個のときには, 次の世代では生存し, それ以外ならば死滅する．これだけの単純なルールである．たとえば, 初期状態（step 0）で次のような状態から始まったセルは, 2 世代目で死滅することになる．



また, 下記のような初期状態からスタートすれば, 2 世代目で再生されて循環する．

様々なシミュレーションによって, 再生されるパターンや無限に成長するパターンが多数発見されている．ルール 90 の 1 次元セル・オートマトンは典型的なフラクタル図形であるシェルピンスキーのギャスケットを生成することで有名である. また, 初期状態から全く変化しない配置（エデンの園）が存在することが数学的に証明されるなど多数の研究成果がある.（参考文献 [2]）

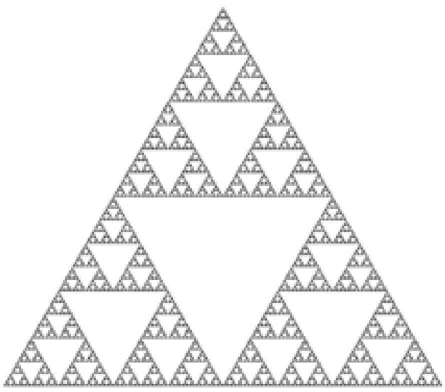


図 3　シェルピンスキーのギャスケット

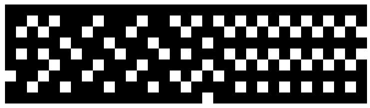


図 4　エデンの園

本論文では, Conway のライフゲームのルールを円周上に限定した．主体を円周上限定した理由は, 閉鎖的な社会構造をモデル化するときに, 主体が両隣だけに影響して変化する単純構造が適切であると考えたからである．生物の生存や死滅を単純化すれば, 遠く離れた生物の影響は受けず, 自分と隣接する生物だけの影響を受ける．過密状態や孤立状態にいると死滅し, 共存関係が保てると生き残ることができるという単純なルールとした．我々の興味は, どのような初期パターンが生存し, 最終的な生存状態を知ることである．このシミュレーションを通して, 様々な数学的な性質を発見することができたことは大きな成果である．

第 3 章　円周上でのライフゲームモデル

3 個以上の主体（セル）を円周上に配置するモデルを提案する．生存しているときは 1, 死滅しているときは 0 とする．ルールは, 自分自身を含めて両隣で, 生存しているセルの数が 2 個のときは, 次世代では

生き残る．それ以外, すなわち, 生存しているセルの数が 0 個, 1 個, 3 個のときは, 次世代では死滅する．ウルフラムのルールによると, このモデルはルール 104 となる. これらを数学的に記述すれば, 次の様になる．初期列　$[X_1(0), X_2(0), \cdots, X_n(0)]$, $X_k(0) \in \{0, 1\}, (k = 1, 2, \cdots, n)$,　$n \geqq 3$ を円周上に配置する．n は主体（セル）の数, k は円周上の位置, i は世代とする．これらの初期列は, 次の規則に従ってステップ（generation）を進める．

$$X_k(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_{k-1}(i) + X_k(i) + X_{k+1}(i) = 2 \qquad (k = 2, 3, \cdots, n-1)\ (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし, $k = 1$ のときは

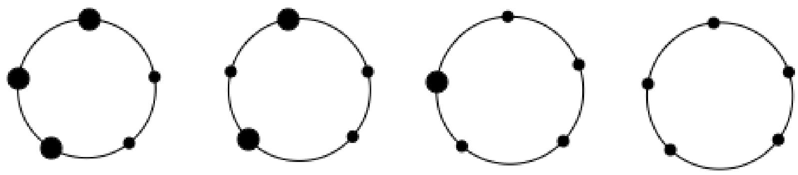
$$X_1(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_n(i) + X_1(i) + X_2(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$k = n$ のときは

$$X_n(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_{n-1}(i) + X_n(i) + X_1(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

[定義]
初期列　$[X_1(0), X_2(0), \cdots, X_n(0)]$ に対して, すべての整数 i が
$[X_1(i), X_2(i), \cdots, X_n(i)] \neq [0, 0, \cdots, 0]$ ならば, この初期列を残存列と呼び,
$[X_1(i), X_2(i), \cdots, X_n(i)] = [0, 0, \cdots, 0]$ となる整数 i が存在するときを死滅列と呼ぶことにする．■
当然, すべての初期列は, 残存列または死滅列に分類される．

[Example]
1 を●（生存）0 を●（死滅）と表し, $n = 5$ のとき, 初期列 $[1, 1, 1, 0, 0]$ を円周上に配置する．　各点（セル）は上記の規則に従って, 次のような動きをして, 3 ステップ目で死滅することになる．すなわち, 初期列 $[1, 1, 1, 0, 0]$ は死滅列であることがわかる．

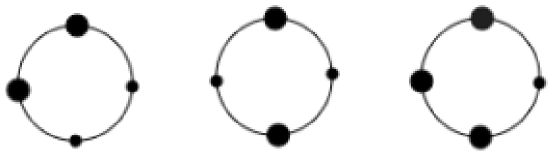


$n = 5$ のときの実験を行ってみると, ほとんどの初期列は死滅列となることがわかる．実は, 残存列となる場合は, 初期列 $[1, 1, 0, 0, 0]$ だけであることを確認できる．この初期列は, 不動点となりステップを重ねても, 動くことがない．

我々は, どのような初期列が残存列となるかについて調べた．当然, n の数, すなわち円周に配置するセルの数が多くなれば非常に複雑化することは予想される．上記の規則は, $n \geqq 3$ に対して定義されているので, 順次確認を行った．

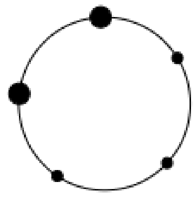
(i) $n = 3$ のとき, 残存列は存在しない．

(ii) $n = 4$ のとき, 次の 3 つが残存列となる．

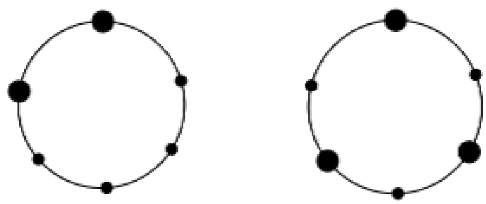


左側の初期列 [1, 1, 0, 0] は, n=5 のときに確認したように不動点である．真中と右側の初期列 [1, 0, 1, 0] と [1, 1, 1, 0] は循環するが, 円順列であると考えると形は変わらない.

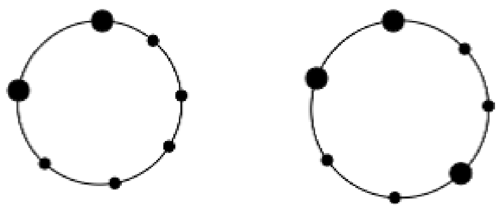
(iii) $n = 5$ のときは, example で確認したように残存列は次の 1 つだけである.



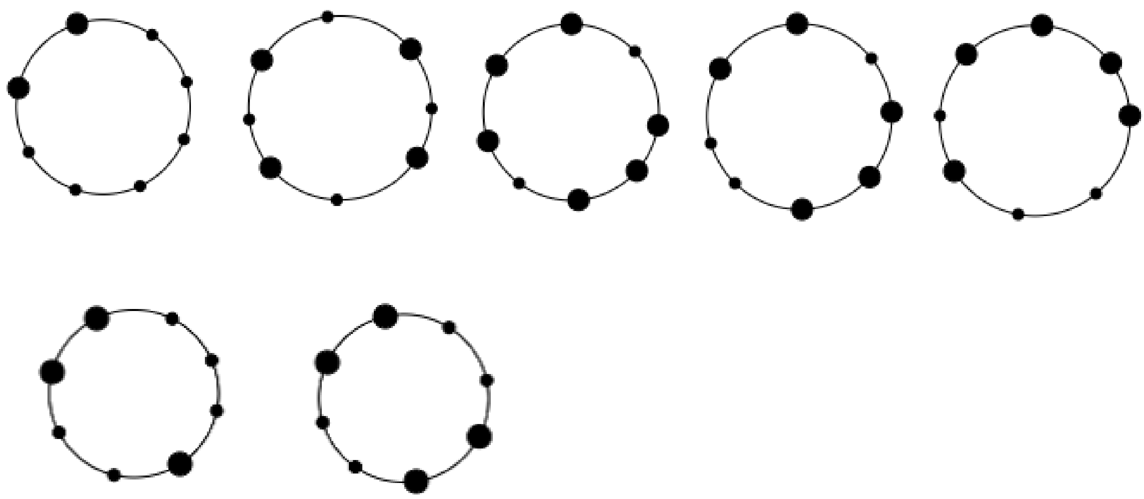
(iv) $n = 6$ のときは, 残存列は次の 2 つだけである.



(v) $n = 7$ のときは, 残存列は次の 2 つだけである.



(vi) $n = 8$ のときは, 急に複雑となり, 残存列は次の 7 つとなる.



上記の $n=8$ までから, n が 4 の倍数のときに, 多くの残存列が存在することが確認できた．この事実から, どのような初期列が残存列となるかを分類することは不可のであると判断した．そこで, 残存列となる最終形に注目と次のような性質があることが発見できた.

[Property I]

初期列 $[1,1,0,0,*,*,\cdots *,0,0]$ は残存列となる．ただし, $*$ は任意である．また, セルの数 n が奇数のときは, 残存列となる場合はこのパターンしかない． ■

n が偶数の場合は, これ以外のパターンが存在する．$[1,0,1,0,1,0,\cdots,1,0]$ は循環して残存列となる．また, n が 4 の倍数のときは, $[1,1,1,0,1,1,1,0,\cdots,1,1,1,0]$ は循環して残存列となる．以上のことから次のようなことが証明される.

[Property II]

すべての残存列となる最終形は, 次の 3 つのタイプでしかない.

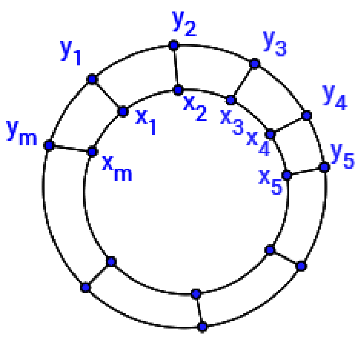
タイプ I　$[1,1,0,0,\cdots,0,0,1,1,0,0,\cdots,0,0]$
タイプ II　$[1,0,1,0,1,0,\cdots,1,0]$
タイプ III　$[1,1,1,0,1,1,1,0,\cdots,1,1,1,0]$　■

最終形の意味合いとしては, どのような初期列からスタートしても，　最低限度の集まり (タイプ I) として残存可能となる, もしくは, 周期的な繰り返しとなるものしか残存しないことが分かった. R.Axelrod の「文化伝播モデル」の一部の主張が表れているとも解釈できる.

本稿では記載しないが，　上記のモデルルール 104 をルール 90 に変更すると，　当然別な性質が存在する. たとえば, 円周上のセル数を $2n$ 個としたとき，　どのような状態から始めても死滅列になることを証明した. また，　隣接行列を活用することによって，　現状のセルの状態を観察すれば, 何世代で死滅するのかも明らかにした. 更に, どのような初期状態から始めたとしても, 高々$2n-1$ 世代以内に死滅することも証明した.

第４章　２重円上のライフゲームモデル

第 2 章の 1 重円におけるライフゲームを発展させ, 2 重円としたときには, どのような現象が見られるについて分析を行う．ルールは, 第 2 章と同様であるが, 上下のセルが隣接することが異なる．自分自身を含めて両隣, 上下で, 生存しているセルの数が 2 個のときは, 次世代では生き残るとしたが, 3 個にすれば別なモデルができることになる.



これらのモデルを数学的記述すると, 以下のようになる．初期列 $\begin{pmatrix} X_1(0), & X_2(0), & \cdots, & X_n(0) \\ Y_1(0), & Y_2(0), & \cdots, & Y_n(0) \end{pmatrix}$ を与える.

これらの初期列は, 次の規則に従ってステップ（generation）を進める.

$$X_k(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_{k-1}(i) + X_k(i) + X_{k+1}(i) + Y_k(i) = 2 \qquad (k = 2, 3, \cdots, n-1)\ (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Y_k(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } Y_{k-1}(i) + Y_k(i) + Y_{k+1}(i) + X_k(i) = 2 \qquad (k = 2, 3, \cdots, n-1)\ (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし, $k = 1$ のときは

$$X_1(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_n(i) + X_1(i) + X_2(i) + Y_1(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Y_1(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } Y_n(i) + Y_1(i) + Y_2(i) + X_1(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$k = n$ のときは

$$X_n(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_{n-1}(i) + X_n(i) + X_1(i) + Y_n(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Y_n(i+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } Y_{n-1}(i) + Y_n(i) + Y_1(i) + X_1(i) = 2 \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

初期列 $\begin{pmatrix} X_1(0), & X_2(0), & \cdots, & X_n(0) \\ Y_1(0), & Y_2(0), & \cdots, & Y_n(0) \end{pmatrix}$ は, 残存列または死滅列に分類できる.

1 重円モデルにおいては, 圧倒的に死滅列が多かったが, 2 重円モデルにおいては, 残存列が多く存在する. 一般的なパターンを見出すのは困難であるので, $n = 3$ のときに, 1 の数（残りはすべて 0）によって分類したときの結果を記載する.

(i) 1 が 1 個のとき　　すべての初期列は死滅列である.

(ii) 1 が 2 個のとき　　すべての初期列は残存列である.

(iii) 1 が 3 個のとき　　$\begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ 以外はすべて残存列となる.

(iv) 1 が 4 個のとき　　$\begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ 以外はすべて残存列となる.

(v) 1 が 5 個, 6 個のとき　　すべての初期列は死滅列である.

これらの観察から, 次のような性質が成立することがわかる.

[Property III]

$n \geqq 3$ のとき, 1 が 1 個しか含まない初期列は, すべて死滅列である.　■

[Property IV]

$n \geqq 3$ のとき, 1 が 2 個しか含まない初期列が生存列となる場合は, 2 個の 1 が上下, 左右, 斜めに配置されたときだけである. ただし, $n = 4$ のときの $\begin{pmatrix} 1, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ は残存列となる例外が存在する.　■

[Property V]

$n \geqq 5$ のとき, 1 が 3 個しか含まない初期列が残存列となる場合は, $\begin{pmatrix} 0,0,0, & \cdots, & 1,1, & \cdots, & 0,0,0 \\ 0,0,0, & \cdots, & 1,0, & \cdots, & 0,0,0 \end{pmatrix}$ のような配列のときだけである.

ただし, Property IV の性質を持ち, 次の様に 1 個の 1 が影響を及ぼさないところにある場合を除く.

$\begin{pmatrix} 0,0,0, & \cdots, & 0,1, & \cdots, & 0,1,0 \\ 0,0,0, & \cdots, & 1,0, & \cdots, & 0,0,0 \end{pmatrix}$

また, $n = 6$ のときは, 次のような例外がある. $\begin{pmatrix} 1, & 0, & 1, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ■

[Property VI]

これまでの [Property III] [Property IV] [Property V] に対して, 1 を 0 に置き換えても成立する双対性が成立する. ■

$n = 4$ の場合でこの双対性を確認してみる.

(i) 1 が 1 個だけの初期列はすべて死滅列である.
0 が 1 個だけの初期列はすべて死滅列である.

(ii) 1 が 2 個だけのとき, 残存列となる初期列は以下の場合だけである.

$$\begin{pmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 1, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

0 が 2 個だけのとき, 残存列となる初期列は以下の場合だけである.

$$\begin{pmatrix} 0, & 1, & 1, & 1 \\ 0, & 1, & 1, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 0, & 1, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0, & 0, & 1, & 1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0, & 1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}$$

(iii) 1 が 3 個だけのとき, 残存列となる初期列は以下の場合だけである.

$$\begin{pmatrix} 1, & 1, & 0, & 0 \\ 1, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

0 が 3 個だけのとき, 残存列となる初期列は以下の場合だけである.

$$\begin{pmatrix} 0, & 0, & 1, & 1 \\ 0, & 1, & 1, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0, & 1 \\ 1, & 0, & 1, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0, & 0, & 0, & 1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}$$

(iv) 1 が 4 個のときは, 初期列が残存列となる場合は存在しない. 0 が 4 個のときは, 初期列が残存列となる場合は存在しない.

以上ですべての場合が尽くされたことになる.

第５章　考察と今後の課題

1 重円におけるライフゲームでは, どのような初期列が残存列と成るかを調べた. 一定のパターンは発見することができたが, すべてを統括する理論とすることができなかった. シミュレーションにより, 途中の世代では, 高々4 世代で定常状態に達することが分かっているが, 証明には至っていない. しかし, 最終的な収斂パターンが 3 タイプあることが予想できたことには意義がある. このモデルにおけるタイプ?は, 自分自身が生き残るためには, 孤立した中で, 2 個のセルが隣り合って生存するしかないというこ

とを意味している．生物集団で考えれば, 周りから孤立したところで, 最小集団で生き延びることが可能であることを示唆している．情報や文化の伝播を考えれば, 2 人だけの情報や文化は維持できることを意味している．循環するタイプとして残り 2 つのタイプがあるが, 1 つのセルに注目すれば, 生存と死滅を繰り返すことになる．すなわち, ヨーロッパの小さな国が, 大きな国からの支配と独立を繰り返した歴史を重ねる見ることも可能である．現在のヨーロッパは EU として統合された形式をとっているが, 過密状態にあれば死滅するルールが適応されるなら, 今後は大きく変化する可能性も含まれている．

閉じた社会の中での複雑な現象をモデル化するために, 円周上にセルを配置したが, 2 重円にすることで新たな数学的な規則性を生み出すことが可能となった．円が 2 重となったことにより, 状況は更に複雑さを増した．生存するセルの数を限定することによって, 残存列となる性質を発見したが, 一般的な法則を見つけ出すには至っていない．非常に興味深い現象は, 1 重円には無かった 0 と 1 の双対性がある．この現象が, このモデルを複雑にしている原因でもある．ある初期列が残存列となれば, その初期列の 0 と 1 を入れ替えても残存列となるようである．1 重円では, 孤立した中で最小の集団なら永遠に生き延びることが可能であったが, 2 重円では発見した残存列と全く正反対の過密集団を作れば, それは必ず孤立した元の集団に収斂して生存する現象が確認できている．これらの現象を数学的に証明できれば, 大きな業績となる．本研究では, 2 つのモデルでのルールを共通としたが, これらのルールを変えれば新しいモデルとその現象を見ることができるが, それは今後の課題としたい．

本論文では, これらモデルの具体的な現象への適応は行っていないが, 今後の課題としてパンデミックを引き起こす細菌による伝染現象をモデルとしたシミュレーションを構築したい．現在のモデルでのルールは確定的に現象が推移するが, 感染率などの確率現象を組み込むことで, 新しい研究分野を開拓できるものと確信している．

参考文献

[1] 森下　信著　「セルオートマトン — 複雑系の具象化 —」, 養賢堂, 2003 年.

[2] William Poundstone 著　有澤 誠訳, 「ライフゲームの宇宙」, 日本評論社, 2013 年　新装版第 2 刷.

[3] R. Axelrod , “The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration”. 1997, Princeton, New Jersey, Princeton University Press

[4] 藤崎祥見, 山野健太郎, 秋山英三, 「新文化の創造と伝播における伝統文化の影響と遠隔地相互作用の影響」http://mas.kke.co.jp/event/mas_competition5/result/10_paper.pdf

[5] 柳沢大地, 西成活裕, “ 渋滞学のセルオートマトンモデル ” 2012, The Japan Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol.22, No.1 , pp2-14.

[6] John Von Neumann , 「Theory of Self — Reproducing Automata」, 1966, University of Illinois Press, Urbana and Chicago.

[7] S. Wolfram , “ Universality and complexity in cellular automata ”, 1983 Rev. Mod. Phys., 55, 3, 1?4.

[8] N.H. Packard and S. Wolfram “ Two-dimensional cellular automata ”, 1985 J.Statis- tical Physics, 38, 5/6, 901?903.

[9] マーチン・ガードナー著　一松　信訳, 「マーチン・ガードナーの数学ゲーム I」, 2010, 日経サイエンス社.

[10] 安達康生, 安高真一郎, 植松康祐, ” セル・オートマトンによる閉鎖的社会構造モデルの分析 ”, 第 29 巻・第 2 号, pp47-62, 2016 年.

国際数理科学協会 2018 年度年会報告

年会担当理事 濵田 悦生

国際数理科学協会 2018 年度年会の各分科会が、以下の内容で開催されましたのでご報告いたします。

「代数, 論理, 幾何と情報科学研究集会」（ALGI）分科会

日時：2018 年 8 月 27 日（月） 午後〜8 月 28 日（火）
場所：崇城大学 池田キャンパス F 号館 203 講義室
幹事：西澤弘毅（神奈川大学）, 津曲紀宏（崇城大学）

８月２７日（月）

14:00 〜 14:30
講演者：**西村 進**（京都大学 理学研究科）
題目：単体数え上げによる分散計算の組合せトポロジー
梗概：分散計算の組合せトポロジー論においては、分散システムの状態を単体的複体として表し、これがどのように変形するかを記述することでその計算能力を特徴づけることができる。一般に、連結性をより低化させる (より大きな「穴」を開ける) 変形は、より高い計算能力を持つことを意味する。本発表では、組合わせ論的方法を用いて、分散計算の組合せトポロジー論において重要な標準色付き細分およびその一般化に対して、次元毎の単体の数え上げを母関数として表示することにより、Euler 標数の計算式を与える。これによって分散プロトコルの計算能力について議論する。

14:30 〜 15:00
講演者：**伴 睦久**（東京大学）
題目：応用圏論を用いたゲーム理論への構成的アプローチ
梗概：近年 Coecke et al. (2010) をはじめとする圏論的モデルを用いて，ゲーム理論を構成的に捉え直す試みが進められている．Ghani et al. (2018) 等の先行研究を中心に，その動向と課題を紹介する．

15:15 〜 15:45
講演者：**間庭 彬仁**（東京工業大学）
題目：Scott / Parigot encoding の fold / build pattern について
梗概：Church encoding の fold / build pattern は, inductive type を頂点とする極限錐の性質を表現していることが知られている (N. Ghani et al., 2004). Scott encoding と Parigot encoding に対する同様の表現について考える.

15:45 〜 16:15
講演者：**星野 直彦**（京都大学 数理解析研究所）
題目：Partial Traces on Additive Categories and Cartesian Categories

16:30 〜 17:00
講演者：**西澤 弘毅**（神奈川大学 工学部）
題目：Composition of different-type relations via the Kleisli category for the continuation monad

梗概：本講演では、さまざまな関係的な概念を例に持つ一般的な概念を定義する。例としては、二項関係、多重関係、上に閉じた二項関係、クオンテール値関係、エフェクト関係などが含まれる。この一般化においては継続モナドのクライスリ圏を用いる。この一般化によって、様々な関係的な概念の合成方法を統一的に定義でき、さらに、異なる種類の関係の合成（たとえば多重関係とクオンテール値関係の合成など）も適切な条件の下で可能となる。

17:00 〜 17:30
講演者：**溝口 佳寛** (九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所)
題目：位相空間の圏の関係 T 代数の圏での実現について
梗概：Saunders Mac Lane が示したのかどうかは定かでないが, 彼の著書には, 超フィルターモナドによる T 代数の圏がコンパクト・ハウスドロフ空間の圏と同値であるという結果が書いてある．一般に T 代数は代数系の圏の一般化であるので, 位相空間の圏の部分圏であるコンパクト・ハウスドロフ空間の圏は代数系の圏と考えることができる．そのときの代数演算関数は超フィルターに対して, その位相的な収束点を与える関数である．代数演算関数の引数が有限個ではなく, 無限の対象であるところが, 我々が通常考える代数演算関数とはイメージが異なる．M.Barr は関係 T 代数という T 代数の拡張を考え, 関係 T 代数の圏を定式化した．そして, 超フィルターモナドにより作られる関係 T 代数の圏が位相空間の圏と同値であることを示した (1970)．このことは考え直すと, 代数の圏の代数演算を関数から関係へ拡張することにより, (無限) 代数系よりもさらに広い対象 (圏) を関係計算を用いて圏論的に定式化出来ることを示している．本講演では, これらの既存の結果を整理し, 代数計算式変形による位相空間理論の証明の形式化の実現について考えてみたい．参考資料: LAC2018 スライド http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~lac2018/presentations/MizoguchiLAC2018.pdf

８月２８日（火）

10:00 〜 10:30
講演者：**長谷川 真人**（京都大学 数理解析研究所）
題目：From Linear Logic to Cyclic Sharing
梗概：トレース付きモノイダル圏と Int 構成に関する新しい（しかし大変易しい）結果をもとに、古典線形論理（MELL）から巡回共有構造を持つ単純型付きラムダ計算への翻訳を与える。この変換はおおむね相互作用の幾何に基づくものであるが、名前呼び CPS 変換と自然に関係づけられることが、圏論的な考察から示される。

10:30 〜 11:00
講演者：**安部 達也**（千葉工業大学 人工知能・ソフトウェア技術研究センター）
題目：局所的データ非競合なプログラムの観測的同値
梗概：データ非競合性は、任意のメモリ一貫性モデル下におけるプログラム間の観測的同値を与える。しかし、データ非競合性の条件は強すぎるため、あらゆるプログラムに対して仮定できるといったものではない。Owens はデータ非競合性の条件を緩めた三角非競合性と呼ばれる性質を提案したが、これは x86-TSO 下においてのみ観測的同値を与えるものであった。本講演では、データ非競合性と三角非競合性のいずれも複数のスレッドに対して大域的に定義されるものであることに着目し、複数のスレッドに対して局所的に定義される局所的データ非競合性を提案する。局所的データ非競合性が多重コピー非原

子的なメモリ一貫性モデル下における観測的同値を与えることを紹介する。また、その観測的同値を利用して効率的なモデル検査を行うことができることを示す。

「統計的推測と統計ファイナンス」分科会研究集会

日時: 2018 年 8 月 25 日 (土) 10:00–17:00
場所: 関西学院大学 梅田キャンパス 1402 号教室
幹事: 濵田悦生（大阪大学）, 地道正行（関西学院大学）

プログラム

午前の部

10:30–11:00

野村 魁 (大阪府立大学 大学院工学研究科), **林 利治** (大阪府立大学 大学院工学研究科)

『Adaptive P-spline の紹介と罰則に関する重み修正法の提案』

Yang and Hong (2017) は, データの局所的な変動に応じて重み付けた罰則を課す adaptive P-spline を提案した. 本講演では, まずこの手法を紹介し, 続いて, 適切に重み付けできない例について述べた. さらに, 等分散性の検定を利用した重みの修正法を提案し, 推定精度が向上することを報告した.

11:00–11:30

道家 悠太 (大阪府立大学 大学院工学研究科), **林 利治** (大阪府立大学 大学院工学研究科)

『関数型説明変数を伴う混合効果モデルにおける適応的な平滑化パラメータの選択法』

関数型線形混合効果モデルのパラメータ推定において, 2 つの平滑化パラメータの値をどう選択するかは推定精度に大きく影響を与える. 本研究では, 観測データに応じて適応的に平滑化パラメータを選択する複数の方法 (規準) を, 数値実験により比較した. 結果として, BIC 規準または GCV 規準による同時選択が有能であると分かった.

11:30–12:00

水間 浩太郎 (大阪大学 大学院基礎工学研究科), **濵田 悦生** (大阪大学 大学院基礎工学研究科)

『ディリクレ過程を利用した高速アルゴリズム』

本発表の内容は, ディリクレ過程を用いたクラスター分析に属する. 特に, ディリクレ過程から導き出されるクラスターに対する事前分布を利用するクラスター分析を考える. この時, クラスターの推定において計算量が非常に大きくなってしまう問題点がある. 本発表では特に, オンライン学習を想定して計算量を落とした推定方法を提案した.

12:00–12:30

柳 麻衣 (関西学院大学 商学部), **阪 智香** (関西学院大学 商学部), **地道 正行** (関西学院大学 商学部)

『配当金支払金額の探索的データ解析』

本研究では, 東京証券取引所一部上場企業の財務データ (配当金支払金額, 資本金, 当期利益, 利益剰余金など) を利用し, 探索的データ解析の視点から, 配当金支払金額を予測するための統計モデリングを行った. さらに赤池情報量規準によるモデル選択も行った.

午後の部

13:30–14:10

倉田 澄人 (大阪大学 大学院基礎工学研究科), **濵田 悦生** (大阪大学 大学院基礎工学研究科)

『ダイバージェンスに基づくモデル評価規準の一致性と頑健性について』

モデル選択を行うに当たって, 標本数が充分大きい場合の精度を保証する一致性は重要な性質であるが, 観測データに外れ値が混入した場合の頑健性もまた, モデル評価規準にとって望ましい性質である. 本発表では, 統計的ダイバージェンスに基づいた規準の一致性と頑健性を理論的に検討し, 数値実験と併せて報告した.

14:10–14:50

濵田 悦生 (大阪大学 大学院基礎工学研究科)

『統計的因果推論における傾向スコアのある傾向』

本報告では, 傾向スコアに関する歴史的推移を概観した後, 安定化重み付けを利用した CBPS の改良版としての doubly robust な推定方式の提案を報告した. 統計的因果推論における Rosenbaum and Rubin 流, Pearl 流, 柳川流の比較紹介と今後の展開の見通しを示した.

14:50–15:30

地道 正行 (関西学院大学 商学部) , **宮本 大輔** (奈良先端科学技術大学院大学 先端科学技術研究科), **阪 智香** (関西学院大学 商学部), **永田 修一** (関西学院大学 商学部)

『探索的財務ビッグデータ解析: 前処理, データラングリング, 再現可能性』

本研究では, 財務関連の情報を含むデータベースから抽出された規模の大きい粗データファイルを, 多様なデータ解析環境で扱えるファイル形式 (CSV ファイル) に変換する工程について述べ, これらの工程を再現可能なものとするための試みた. また, Spark と R を協調して利用することによって, 分析・解析できるオブジェクトに変換する方法 (データラングリング) についても言及した. さらに, MySQL によってデータベース化し, データへの利便性, 速度などの面での比較も行った.

15:40–16:30

林 利治 (大阪府立大学 大学院工学研究科)

『ディリクレ過程混合を事前分布とするベイズ推定のクラスタリング問題への応用』

Ghosh et al. (2010) は, ディリクレ過程混合 (DPM) を事前分布とするベイズ推定を社会関係モデルにおいてクラスタリング問題に応用したが, 実データであるため, クラスターの再現性の検証は不十分であった. 本研究では, 正規事前分布と DPM 事前分布を比較する種々の数値実験を行い, DPM を事前分布とするベイズ推定によりクラスターをうまく再現できることを確認した.

「確率モデルと最適化」分科会 2018 年度年会

（日本 OR 学会「不確実性環境下の意思決定モデリング」研究部会
(主査　北條仁志（大阪府立大学）, 幹事　中西真悟（大阪工業大学）) との共催)

日時：2018 年 8 月 24 日 (金) 12:30–17:00
場所：JEC 日本研修センター 十三 小会議室
出席者： 17 名

プログラム

（1）**落合夏海**（大阪大学，発表者），(共同研究者：**大西匡光**（大阪大学))
「日本の先物市場における日中の価格変動要因に関する分析」
概要：ボラティリティは、ファイナンスにおけるほとんど全ての意思決定に関連することから、その推定と予測可能性に対する探究は、実務的・学術的に重要なトピックである。本講演では、日本の株価指数先物の５分間リターンのボラティリティに対し、ベイズ統計の枠組みに基づいて分解・検証する方法について述べられた。

（2）**平林直樹**（大阪府立大学）
「不確実性環境下でのリアルタイム生産スケジューリング」
概要：IoT によるリアルタイム処理を陽に考慮した生産スケジューリング方式として，自律分散型のスケジューリングが提唱されていた．しかし，そこでの意思決定法は，実行可能性に重きをおいた簡便なものであり，必ずしも良好な評価基準値が得られるとは限らないことも言及された．本講演では，静的に生成された規範スケジュールを利用することにより，評価基準値の改善を図る試みについて紹介された．

（3）**玉置光司**（愛知大学）
「技術革新導入の最適タイミング」
概要：計画期間中に、イノベーション（技術革新）がある非定常ポアソン過程に従って生起すると仮定する。出来る限り後期の（最新の）イノベーションの導入が望ましい。以上のもとで導入が 1 回しか許されない場合と複数回許される場合の最適導入タイミングについて考察がなされた。

（4）**大村雄史**（元 近畿大学）
「『問題解決のための OR』教育」
概要：OR は今でも、一般の人からは何をしているのかよくわからない学問と思われている。 しかし、企業において長年 OR の視点から問題解決に携わってきた経験から言えば、社会に出て行く学生が、OR の知識を少しでも持っていることは、本人、企業、社会に とって大きなプラスである。そのような学生を育てるという目標で授業を実施してきたが、私学のいわゆる経済・経営系であるので、一部の学生を除いて、簡単な数式も理解がしづらいというような、特有の問題もある。そのような状況で、良い教育を目指して 試行錯誤をしてきたことが説明された。